3. old.

4.

$$\frac{2-(-4)}{7-10} = \frac{6}{-3} = -2x$$

$$-2x+16$$

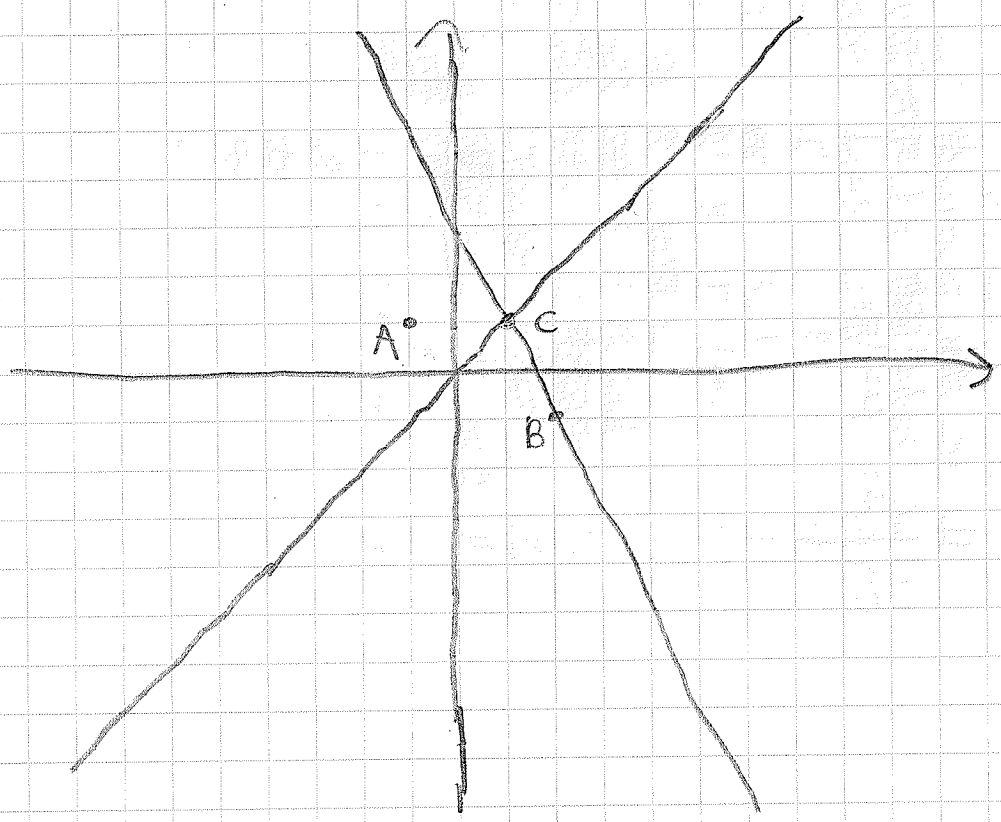
a) Igaz, mert a függvény meredeksége $-2x$

b) Igaz, mert a függvény grafikonjának a meredeksége nem 0.

c) Hamis, mert az y tengelyt $y=16$-nál metszi

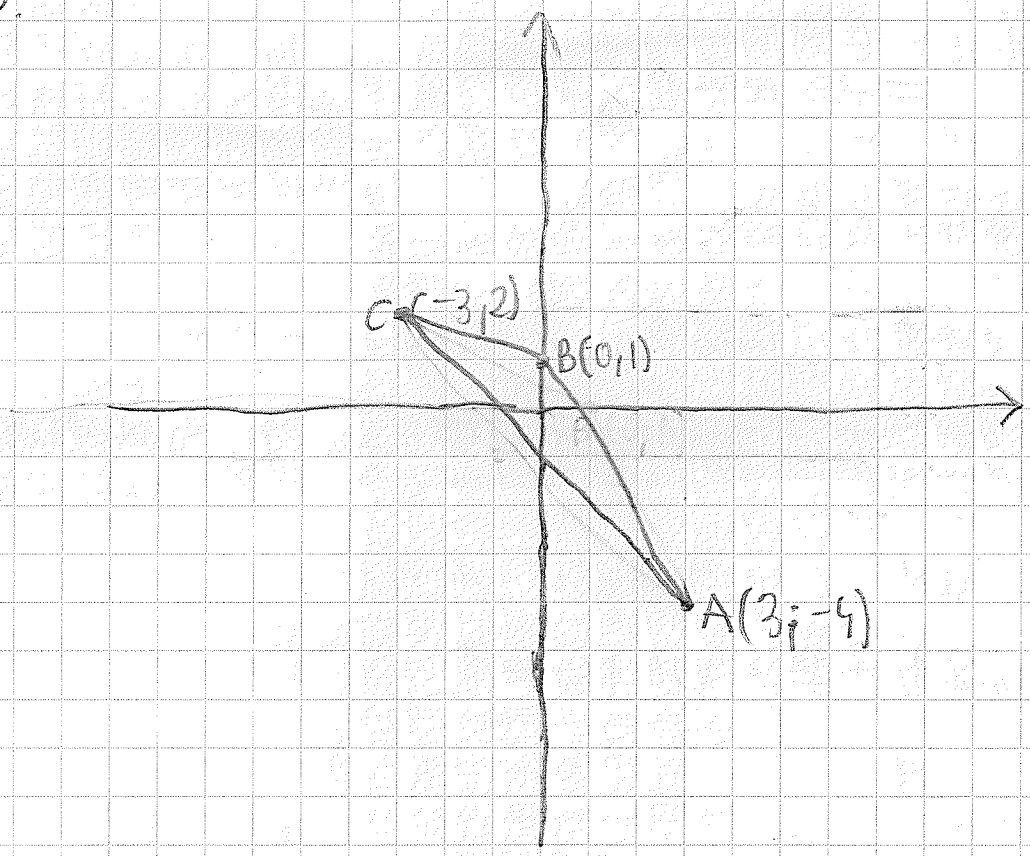
d) Igaz, mert $-2 \cdot 4 + 16 = 8$.

4. old. 9.




c) $(1;1)$

4. old.
10.

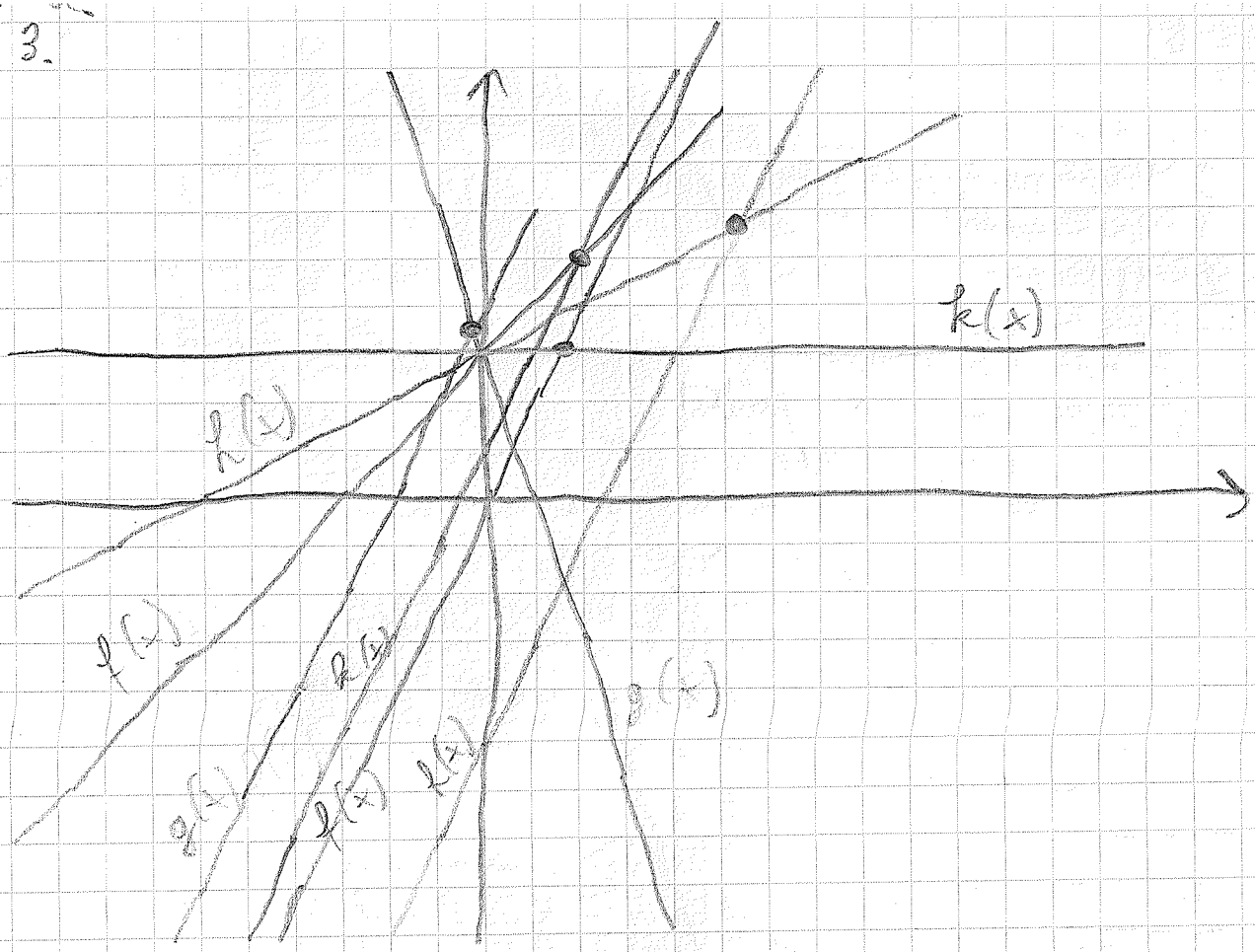



$$\frac{2-1}{-3-0} = \frac{1}{-3} = -\frac{1}{3} \qquad a(x) = -\frac{1}{3}x + 1$$

$$\frac{1-(-4)}{0-3} = \frac{5}{-3} = -\frac{5}{3} \qquad b(x) = -\frac{5}{3}x + 1$$

$$\frac{2-(-4)}{-3-3} = \frac{6}{-6} = -1 \qquad c(x) = -x - 1$$

3.

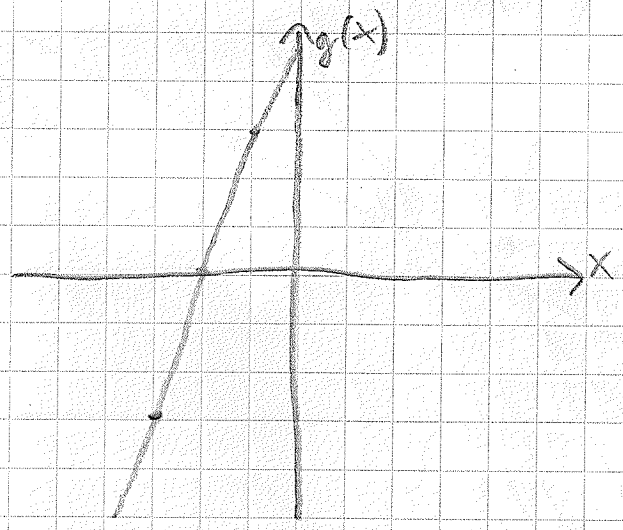



a 2. f(x), a 2 g(x), a 2. h(x), a 2. k(x) párhuzamos

1. old. 5.

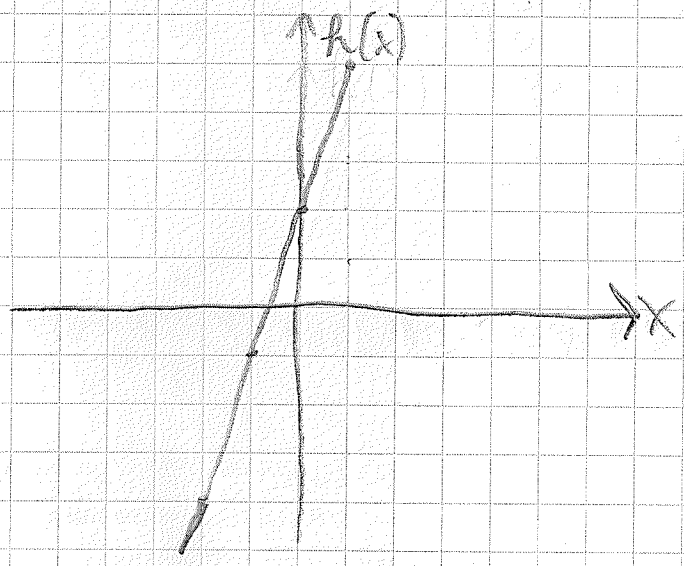
b)

| x | g(x) |
|---|---|
| 0 | 6 |
| 1 | 9 |
| 2 | 12 |
| −1 | 3 |
| −2 | 0 |
| −3 | −3 |




c)

| x | h(x) |
|---|---|
| 1 | 5 |
| 2 | 8 |
| 3 | 11 |
| 4 | 14 |
| 5 | 17 |




1. old. 2.

a)

| x | f(x) |
|---|---|
| 0 | 2 |
| 1 | 5 |
| 2 | 8 |
| 3 | 11 |
| 4 | 14 |
| 5 | 17 |
| 6 | 20 |
| 7 | 23 |
| 8 | 26 |
| 9 | 29 |
| 10 | 32 |

$f(x) = 3x + 2$

b)

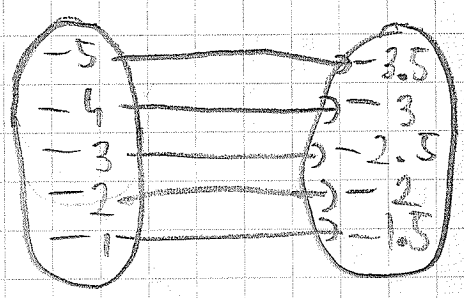
| $x$ | $f(x)$ |
|---|---|
| 2 | −2 |
| 3 | −3 |
| 5 | −5 |
| 7 | −7 |
| 11 | −11 |
| 13 | −13 |
| 17 | −17 |
| 19 | −19 |

$f(x) = -x$

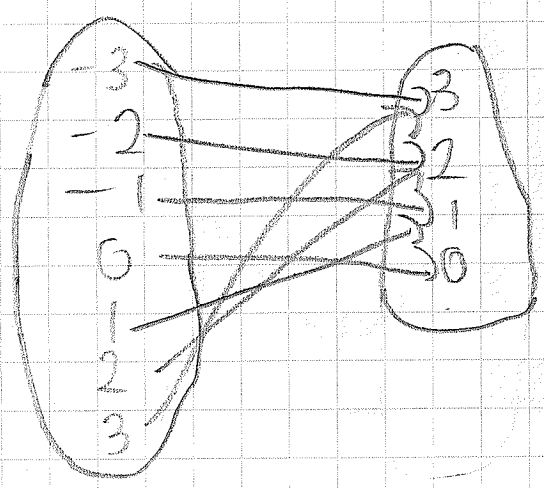
2. old. 3.

a) Minden számhoz hozzárendelem a

$$-3.5 + \frac{5 - |\text{szám}|}{2}$$




b) Minden számhoz hozzárendelem az abszolút értékét



2. old. 4.

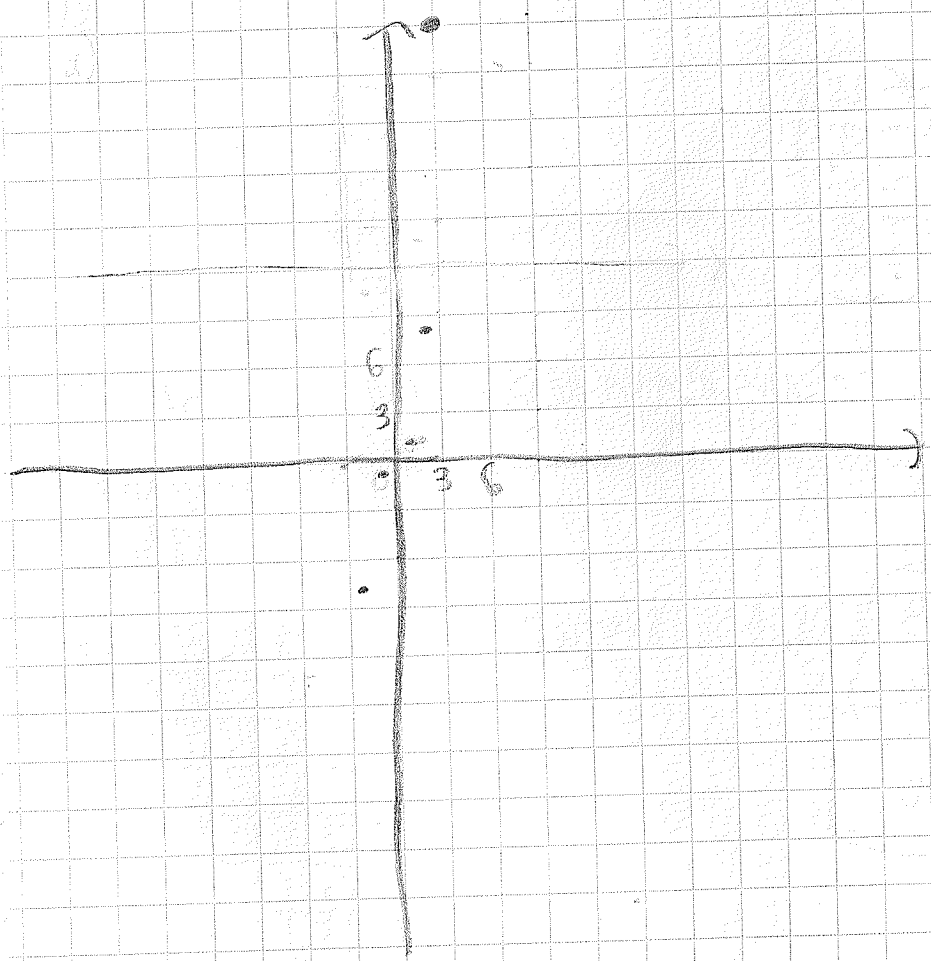
a) $f(x) = 2(x+1)$

| x | f(x) |
|---|---|
| 1 | 4 |
| 2 | 6 |
| 3 | 8 |
| 4 | 10 |
| 5 | 12 |
| 6 | 14 |
| 7 | 16 |
| 8 | 18 |

b) $f(x) = \frac{x}{4} + 2$

| x | f(x) |
|---|---|
| 1 | 2.25 |
| 2 | 2.5 |
| 3 | 2.75 |
| 4 | 3 |
| 5 | 3.25 |
| 6 | 3.5 |
| 7 | 3.75 |
| 8 | 4 |

1. old. 3.



10. óra. 1.

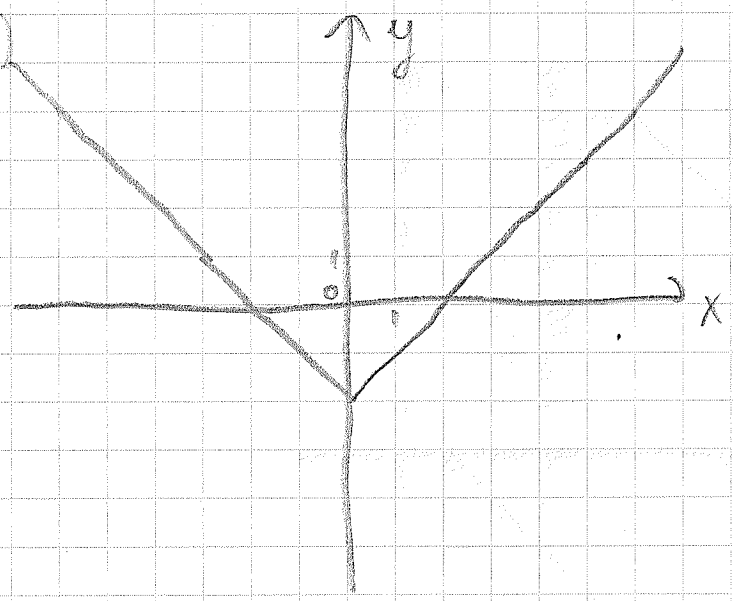
$$\frac{-76-5}{-11-8} = \frac{81}{19}$$

$$\frac{2999-(-76)}{4000-(-11)} = \frac{3075}{4011} = \frac{1025}{1337}$$

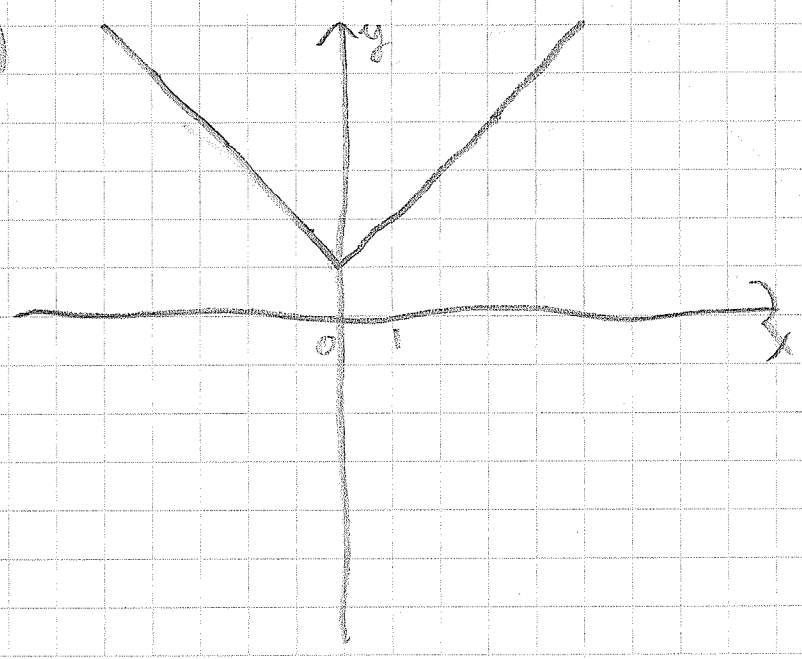
Nem, mert a $\overline{PQ}$ és a $\overline{QR}$ egyenesnek más a meredeksége.

12. old. 1205.

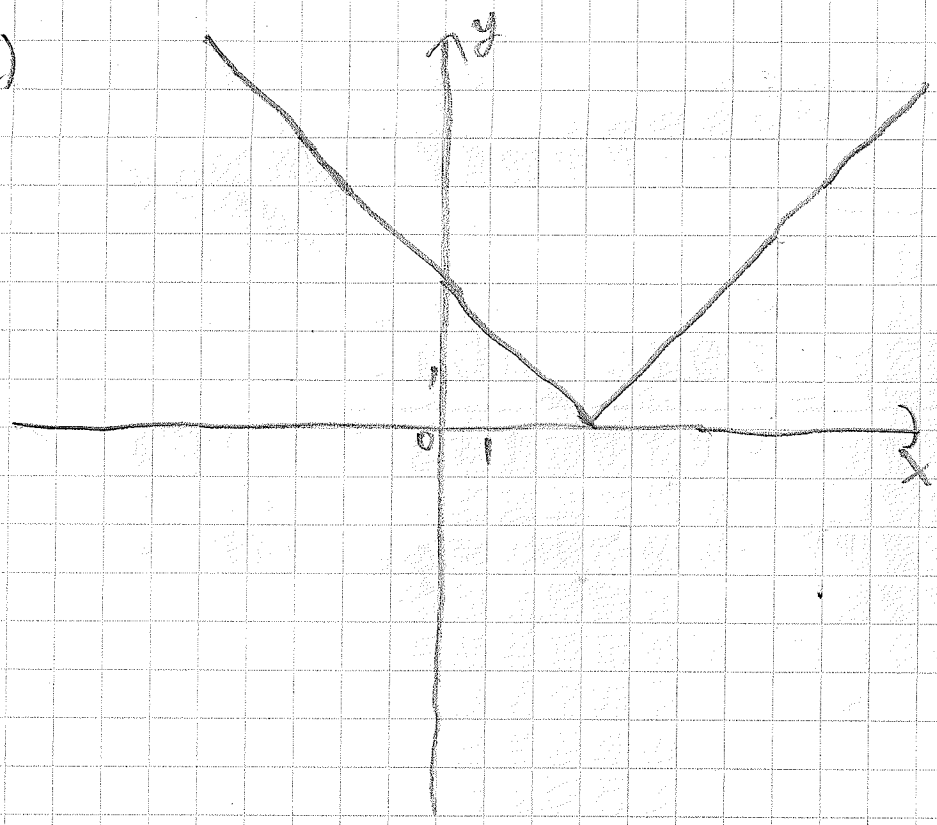
a)



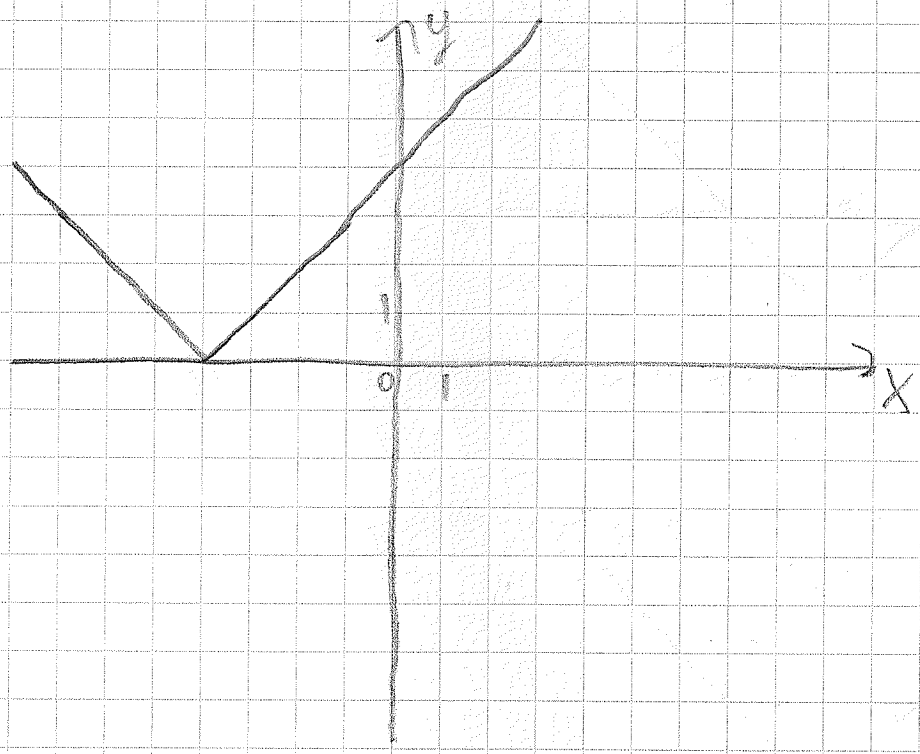

b)



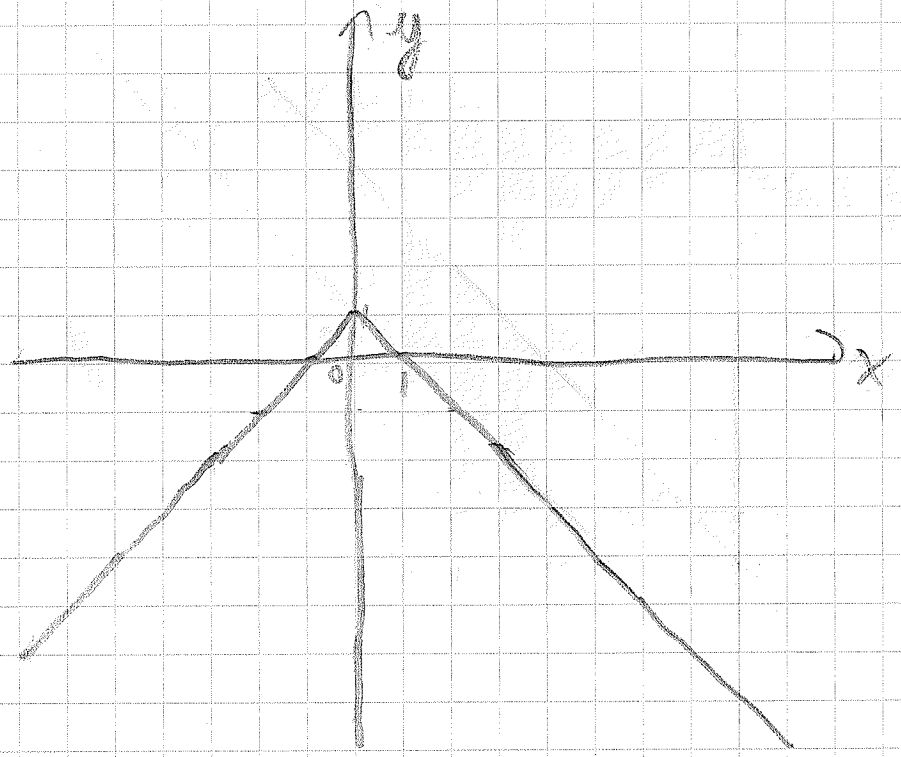
c)



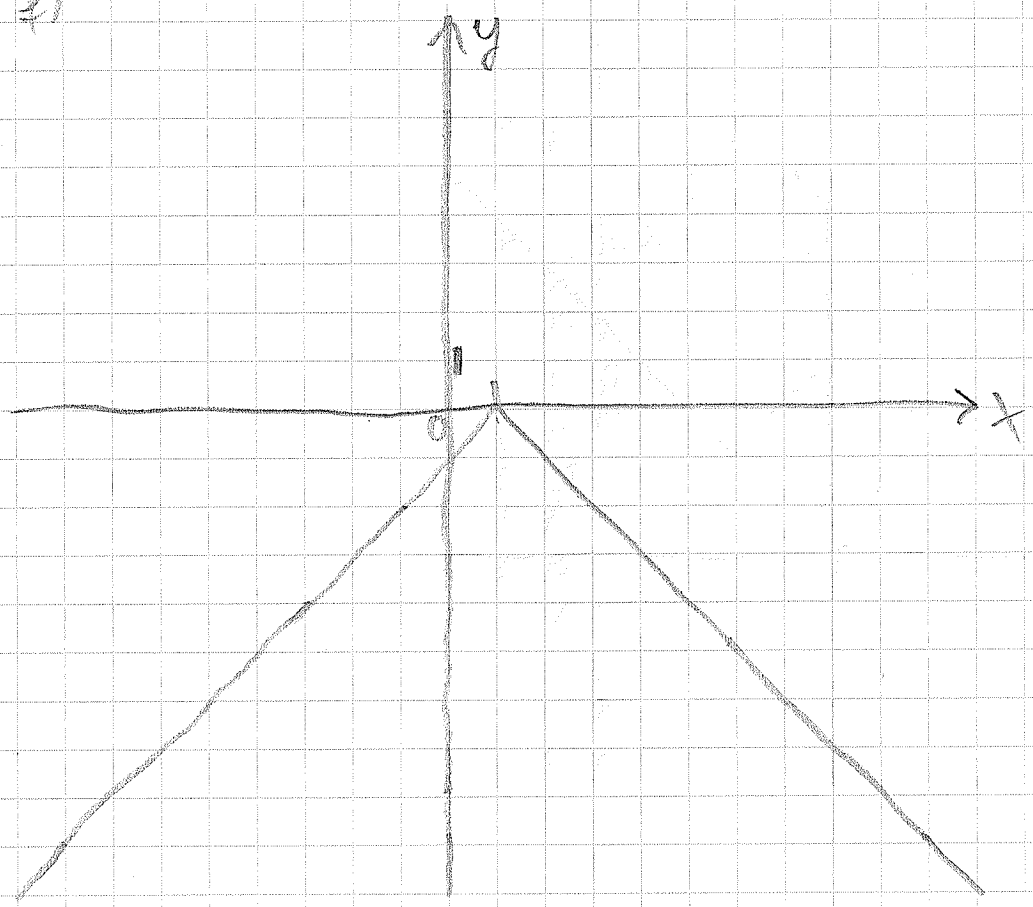

d)



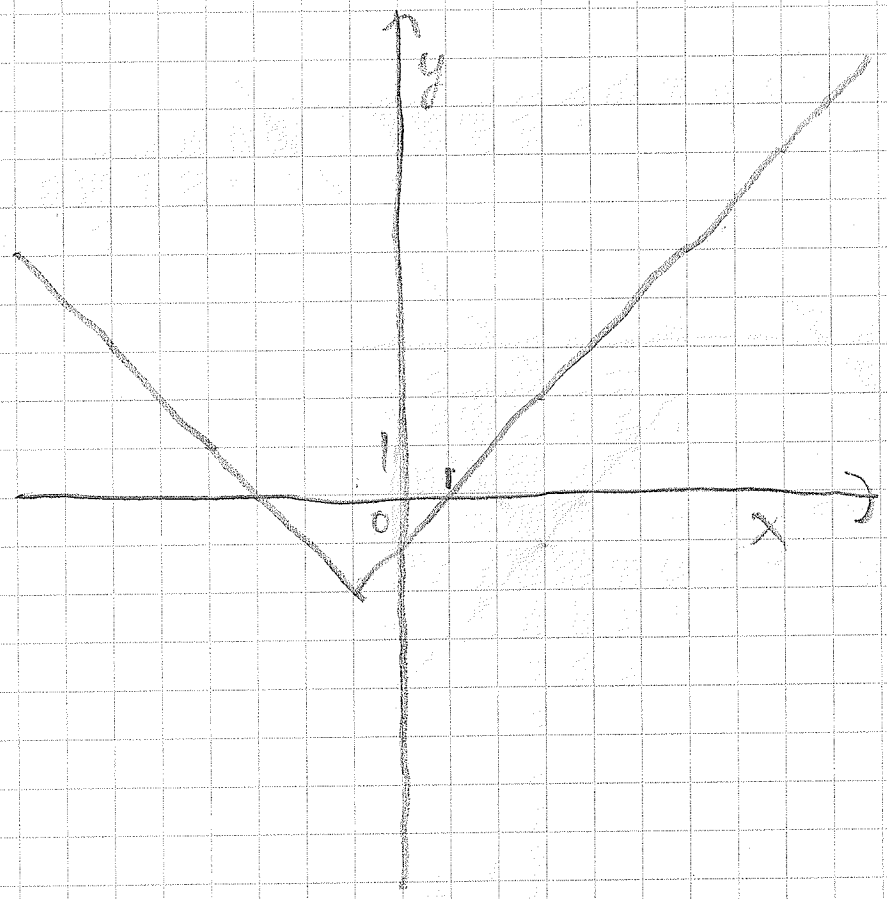
a)



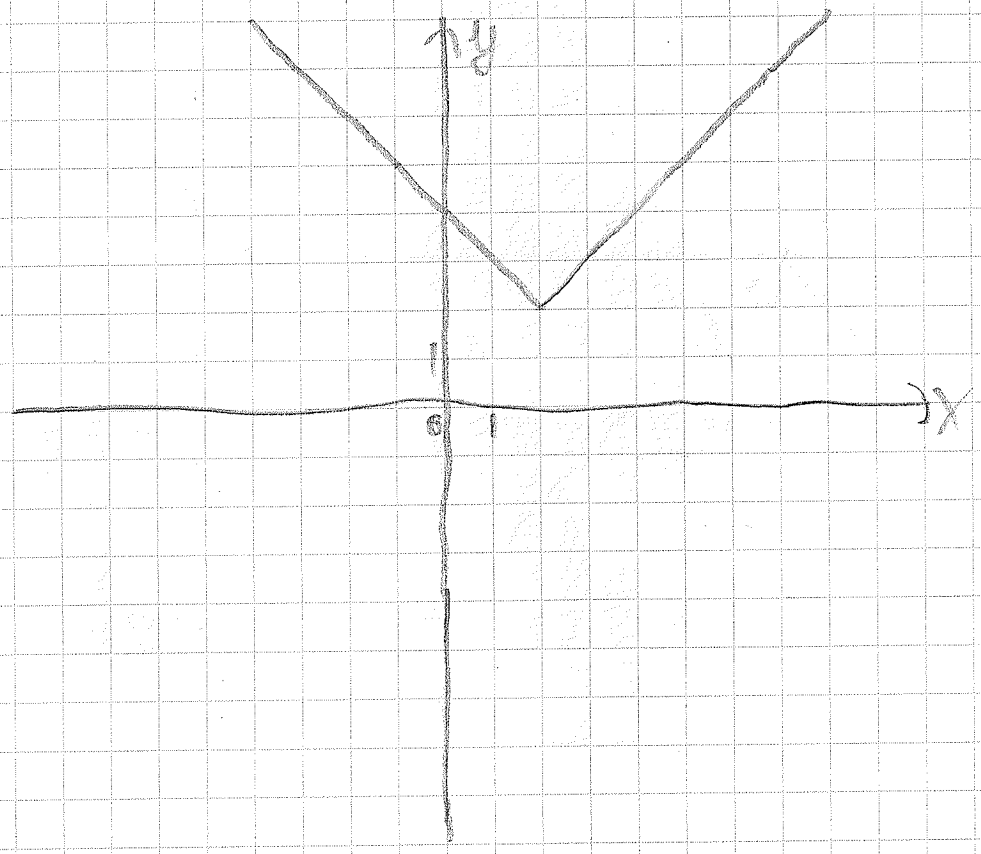

b)



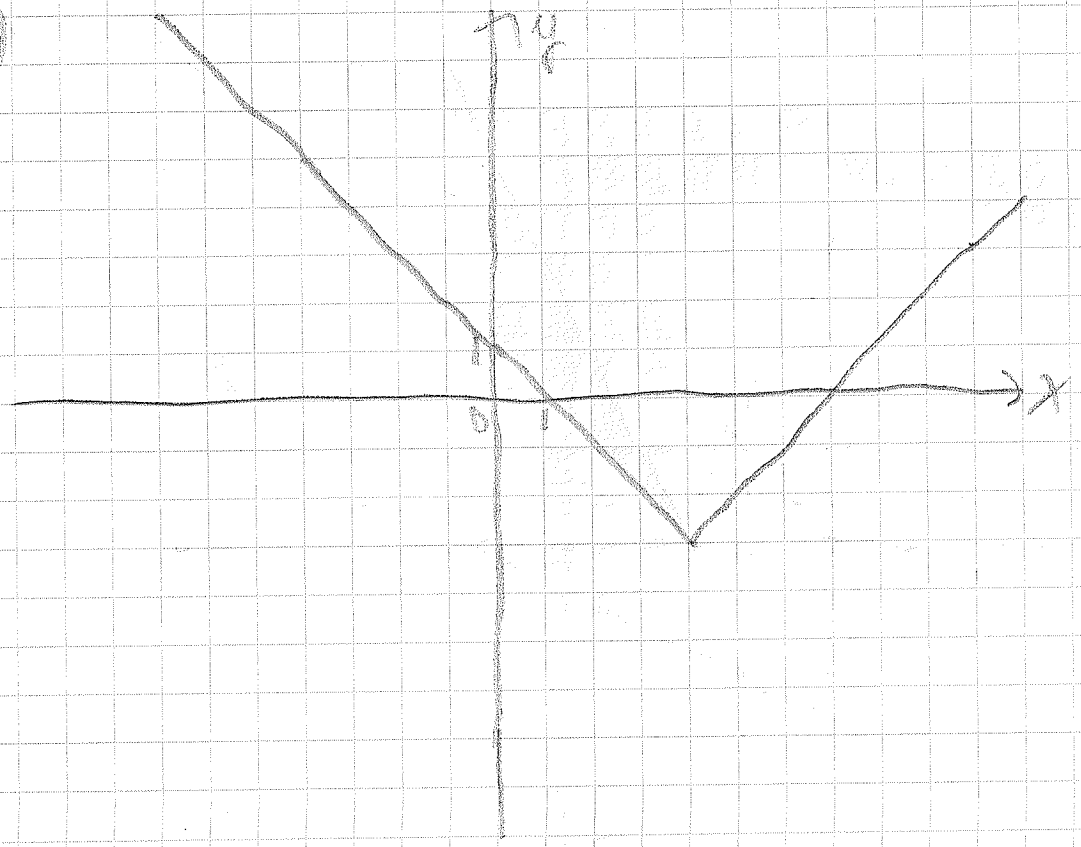
g)



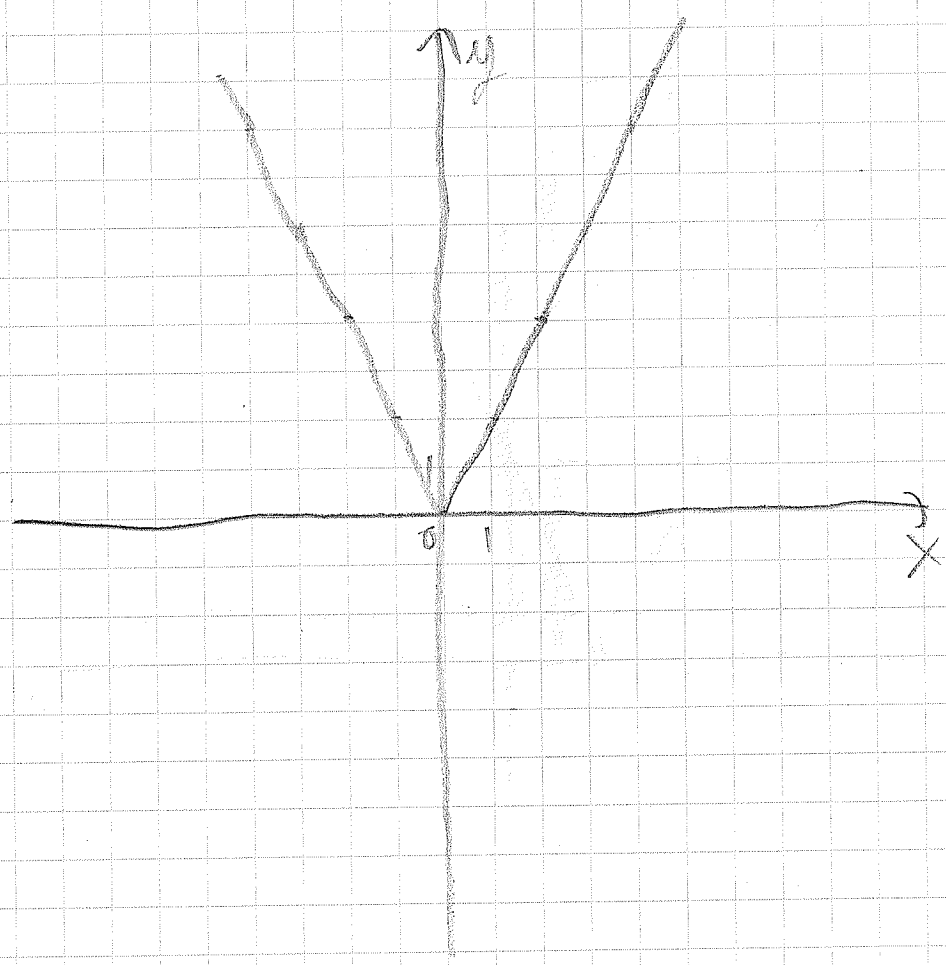

h)



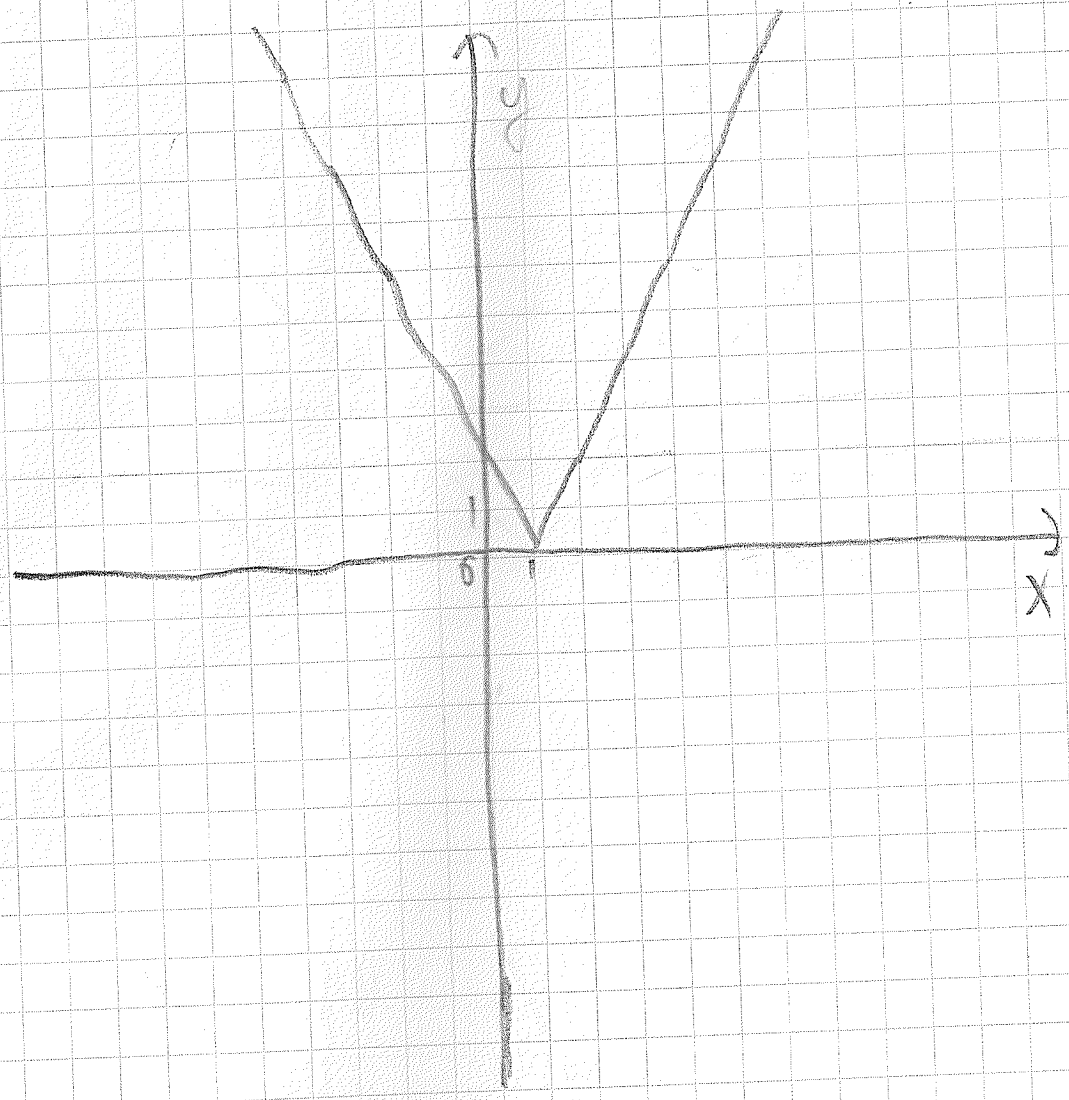
a)



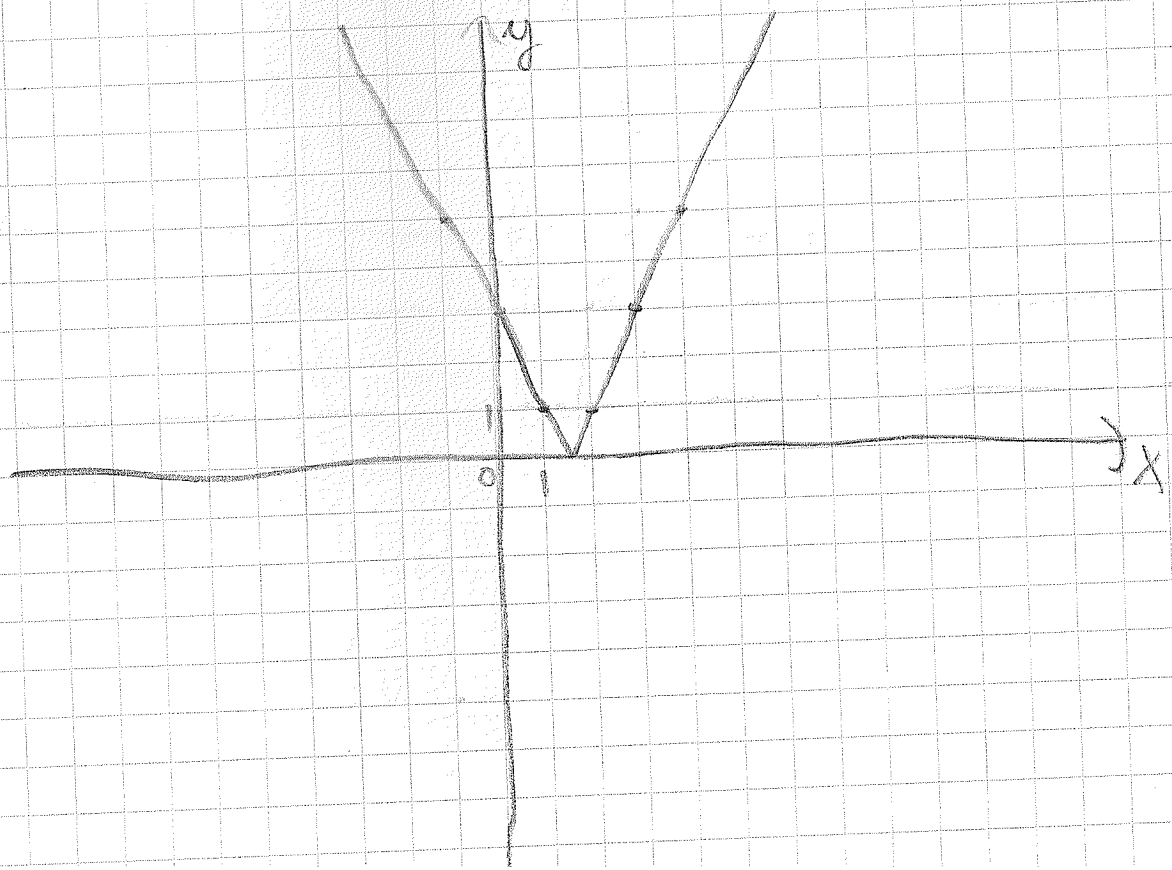

b)



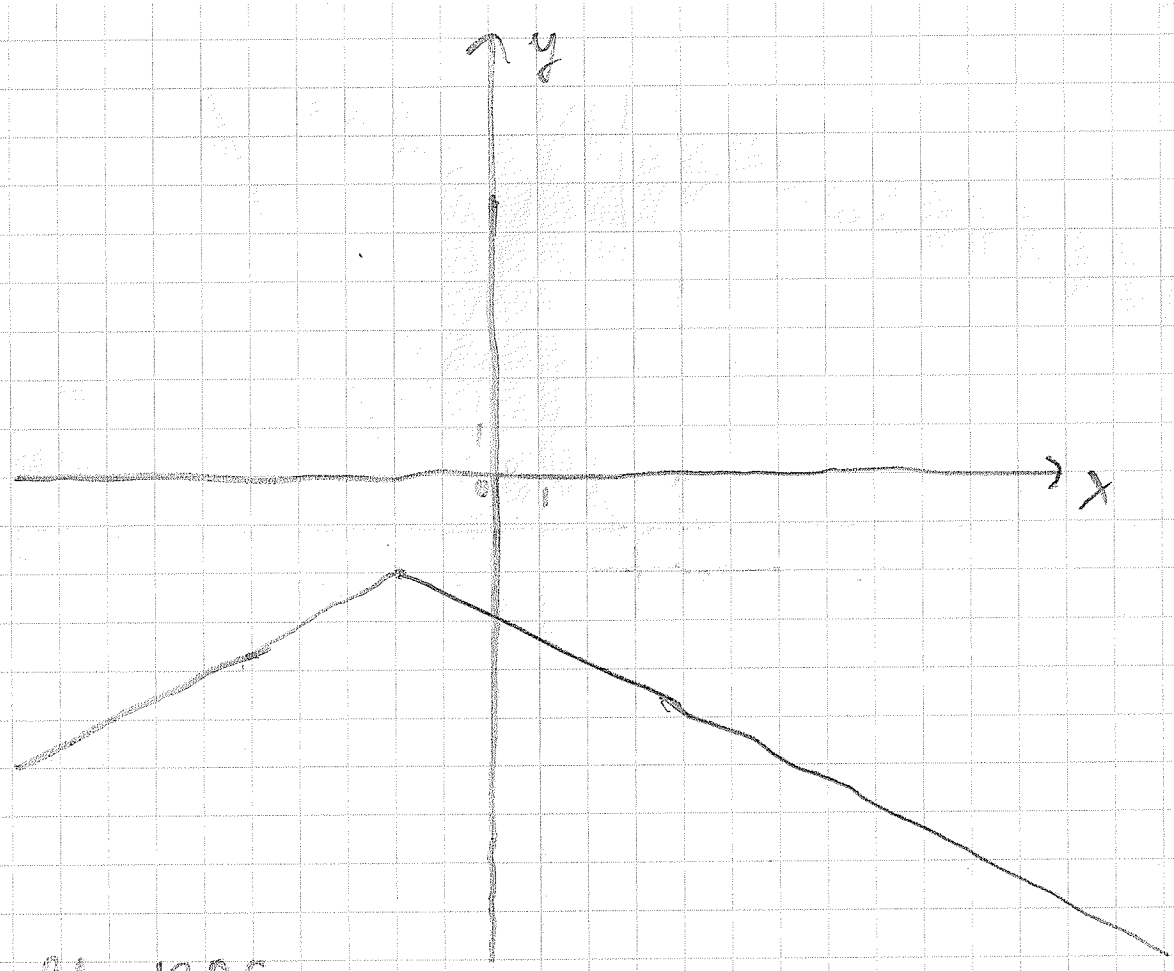
b)




c)

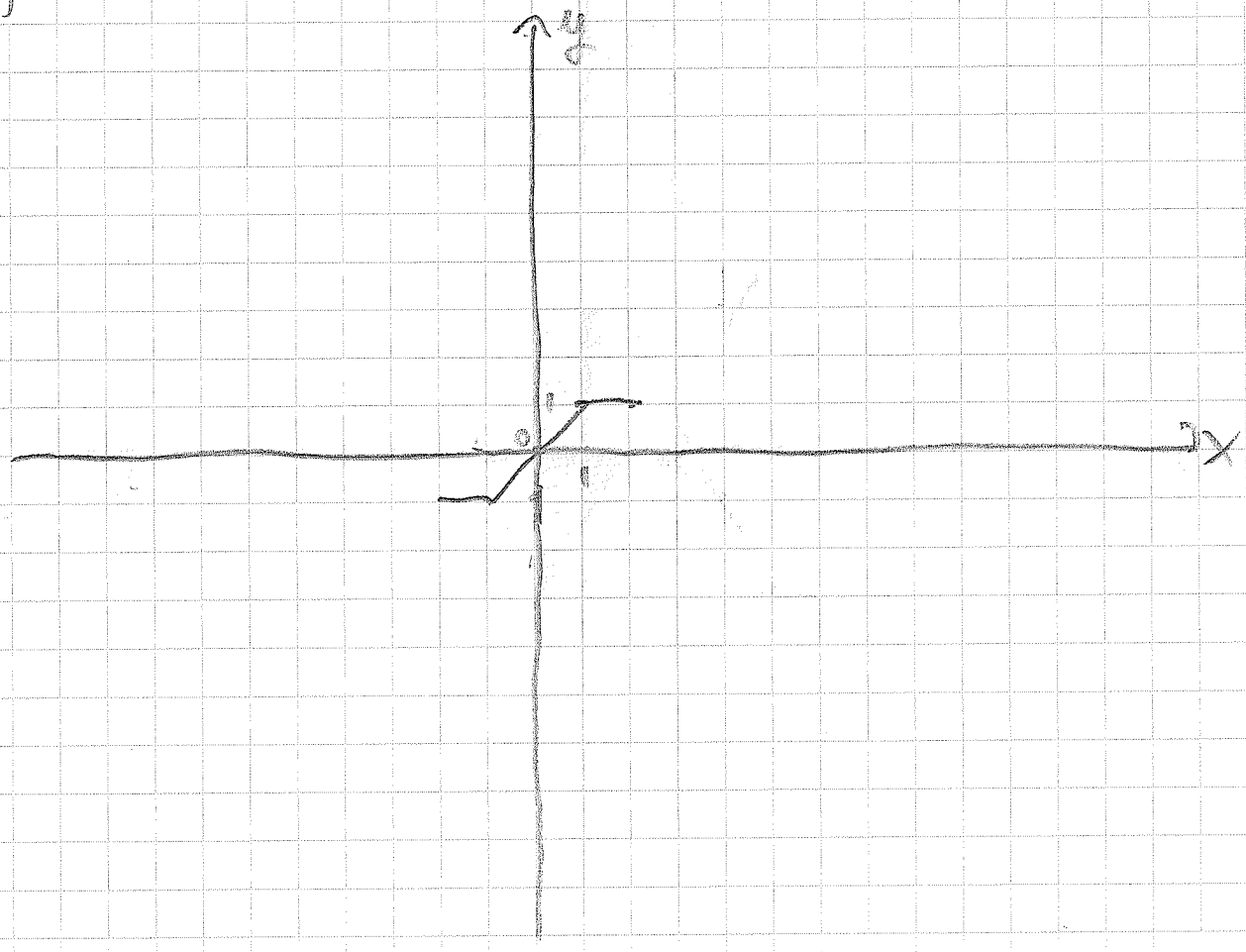


m)

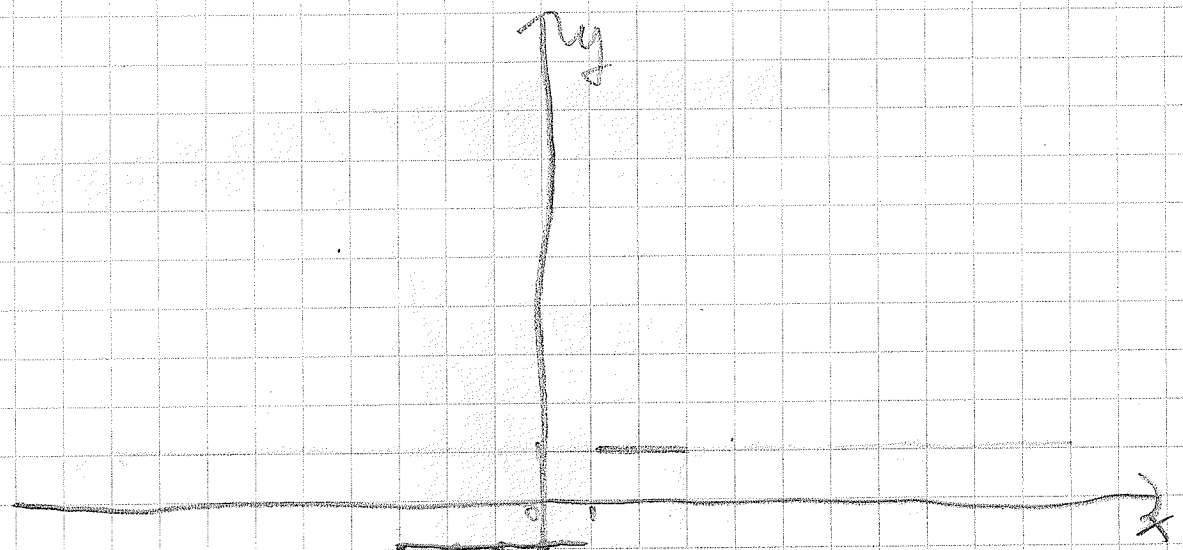



12. dd. 1206.

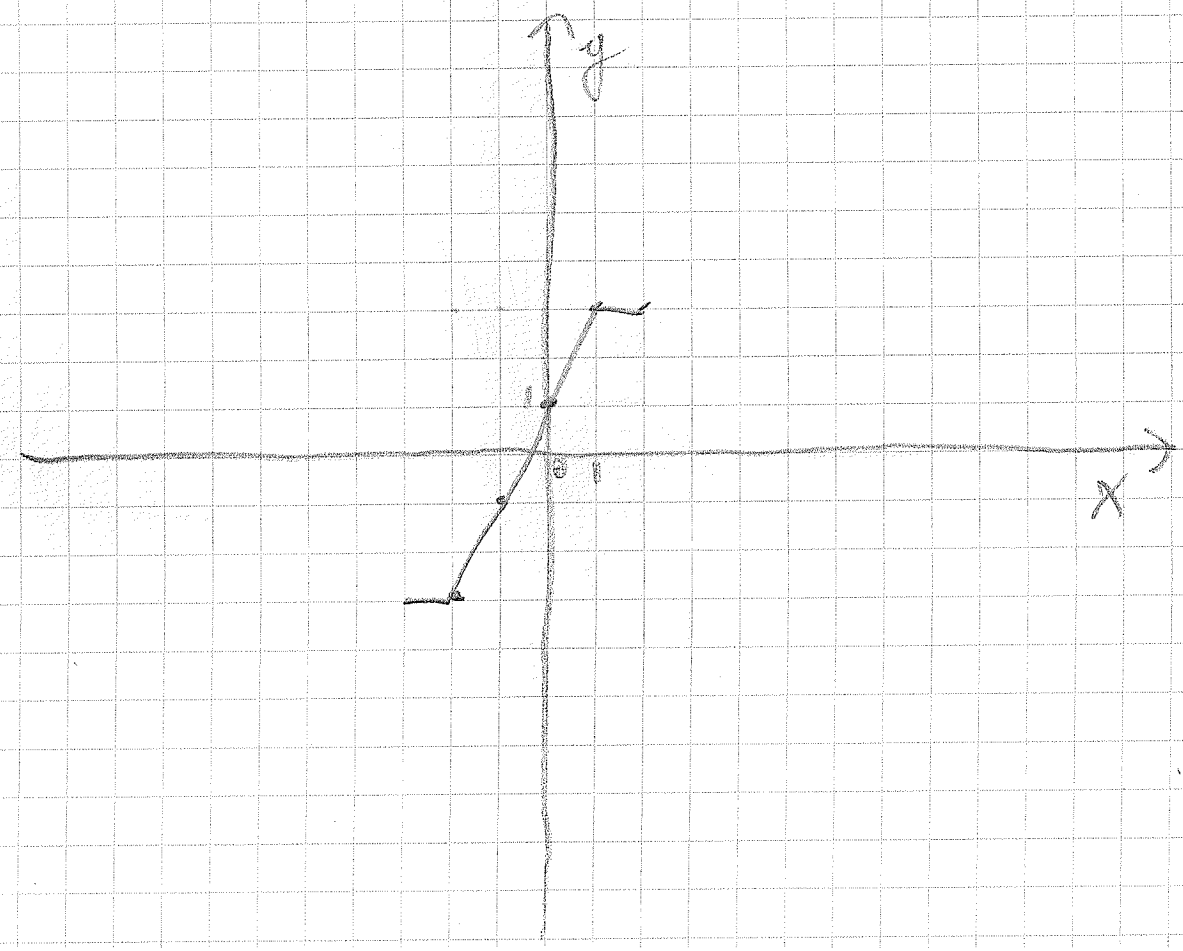
a)



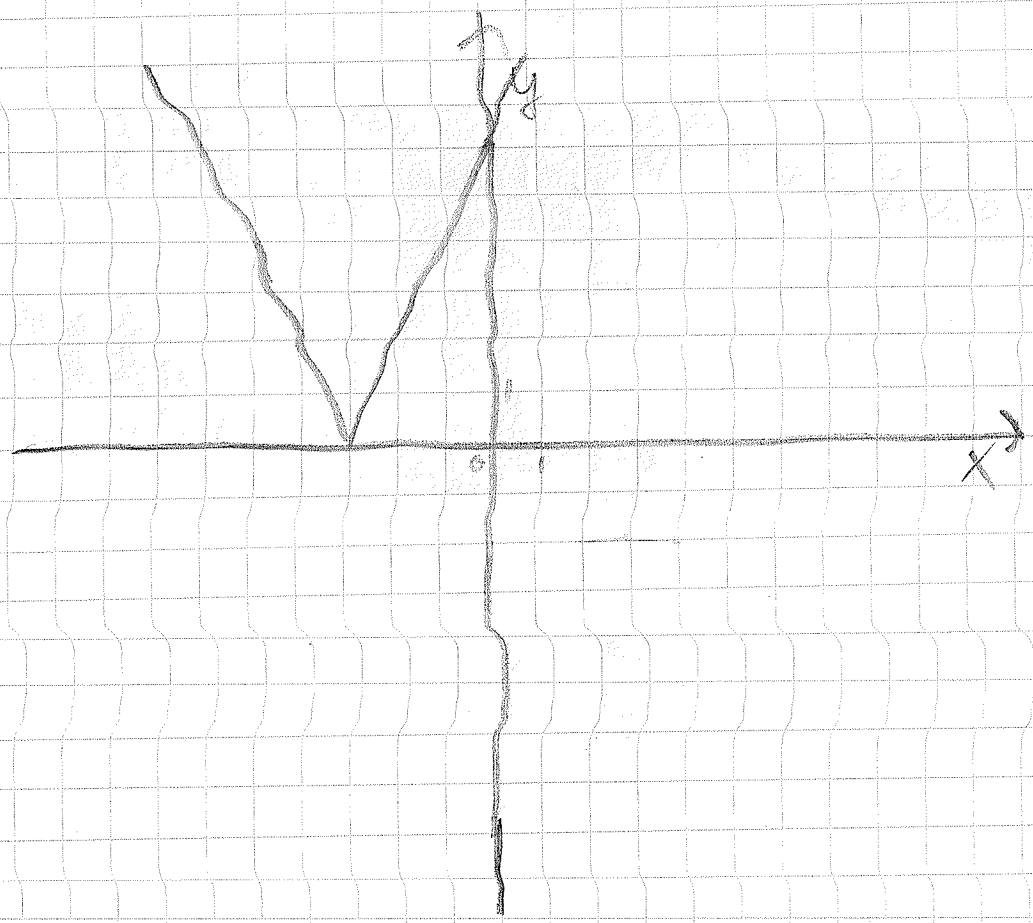
b)



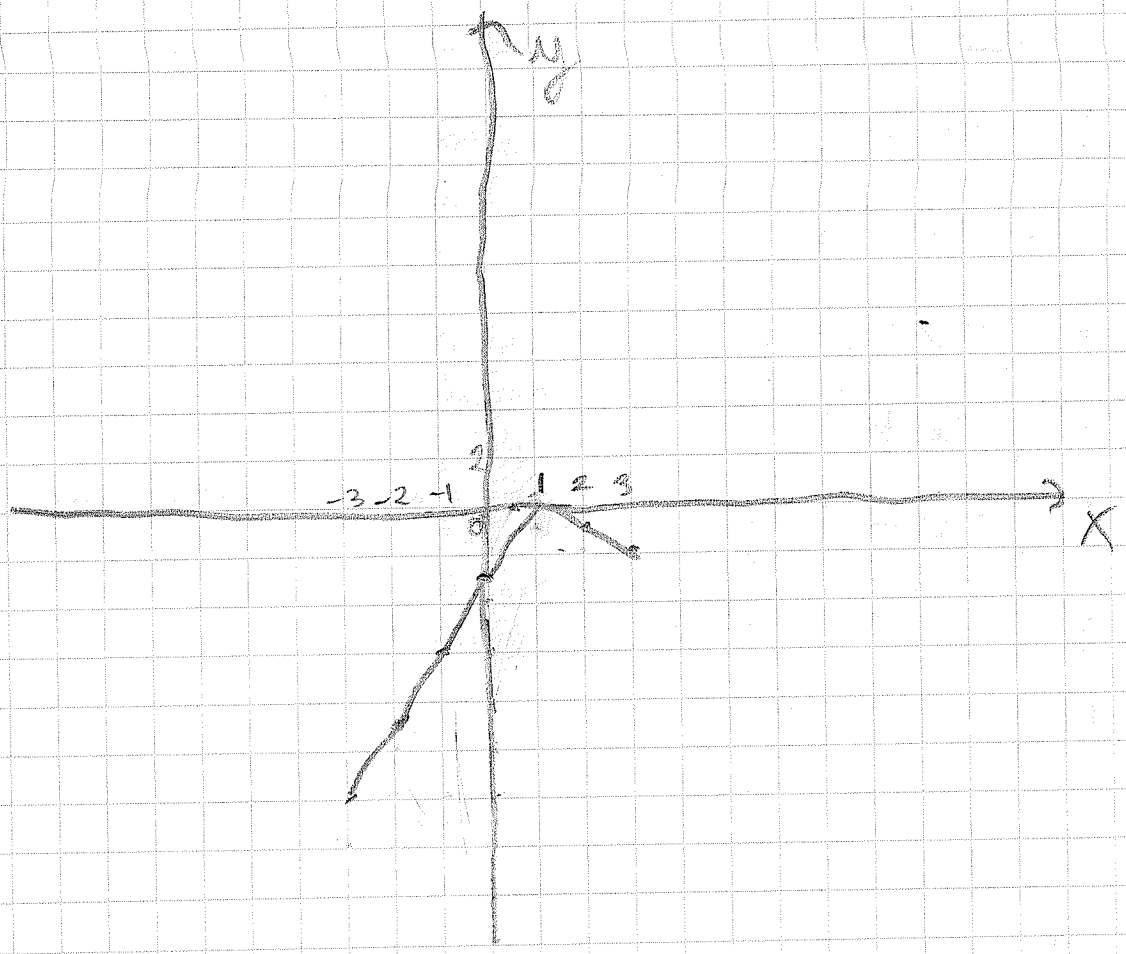

c)



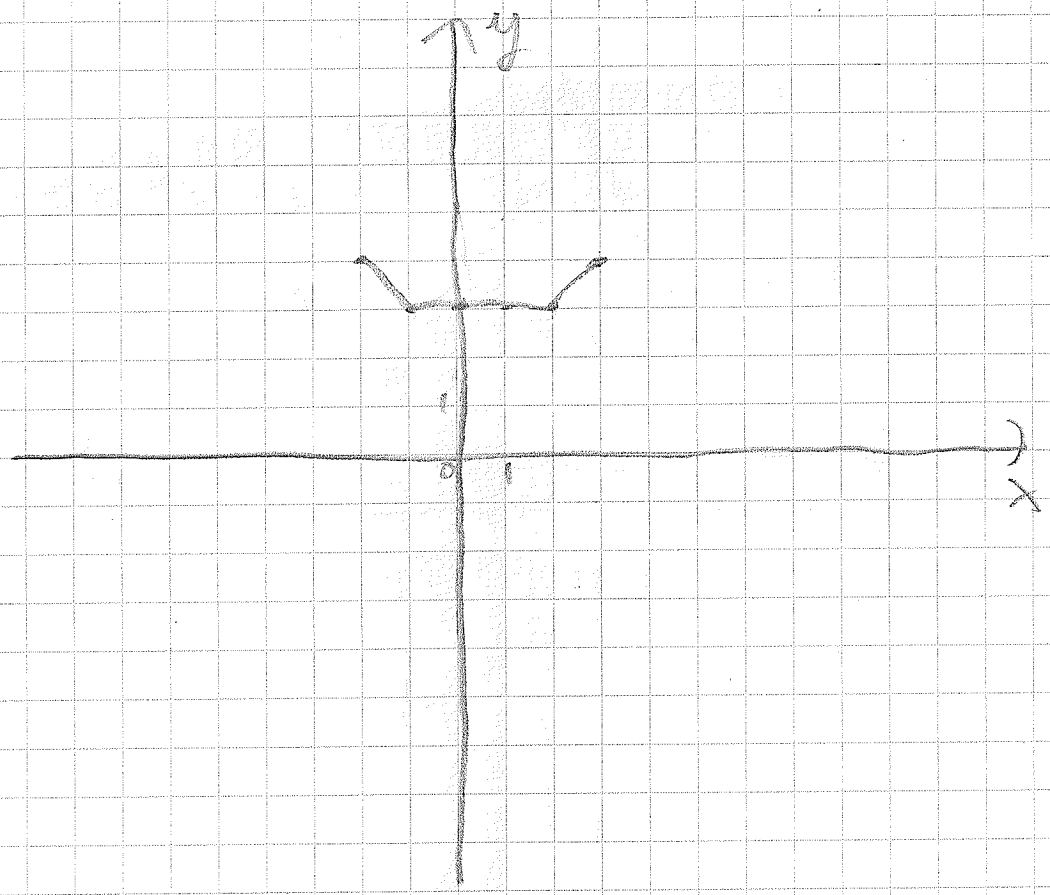
d)




e)



f)




12. old. 120 f.

a) $a(x) = |x| - 1$

b) $b(x) = -|x| - 1$

c) $c(x) = |x - 2|$

d) $d(x) = |x + 3|$

e) $e(x) = |x + 4| - 2$

f) $f(x) = |x - 3| - 3$

g) $g(x) = -|x + 2| + 4$

h) $h(x) = -|x - 4| + 2$

2. ábra. 1 2 3 4.

a) nő
zérushely: $x = -1$
szélsőértéke: minimum: $(-3; -4)$
maximum: $(3; 2)$

b) fogy
zérushely: $x = 0$
szélsőértéke: minimum: $(0; 0)$
maximum: $(-3; 3)$

c) nő
zérushely: $x = 0$
szélsőértéke: minimum $(-3; -2)$
maximum $(1; 2)$

d) fogy
zérushely: $x = 1.5$
szélsőértéke: minimum $(-2; 0)$
maximum $(1; 2)$

e) szakaszonként fogy, szakaszonként nő
zérushely: $x = 0$
szélsőértéke: maximum $(-1; 4)$
minimum $(1; -2)$

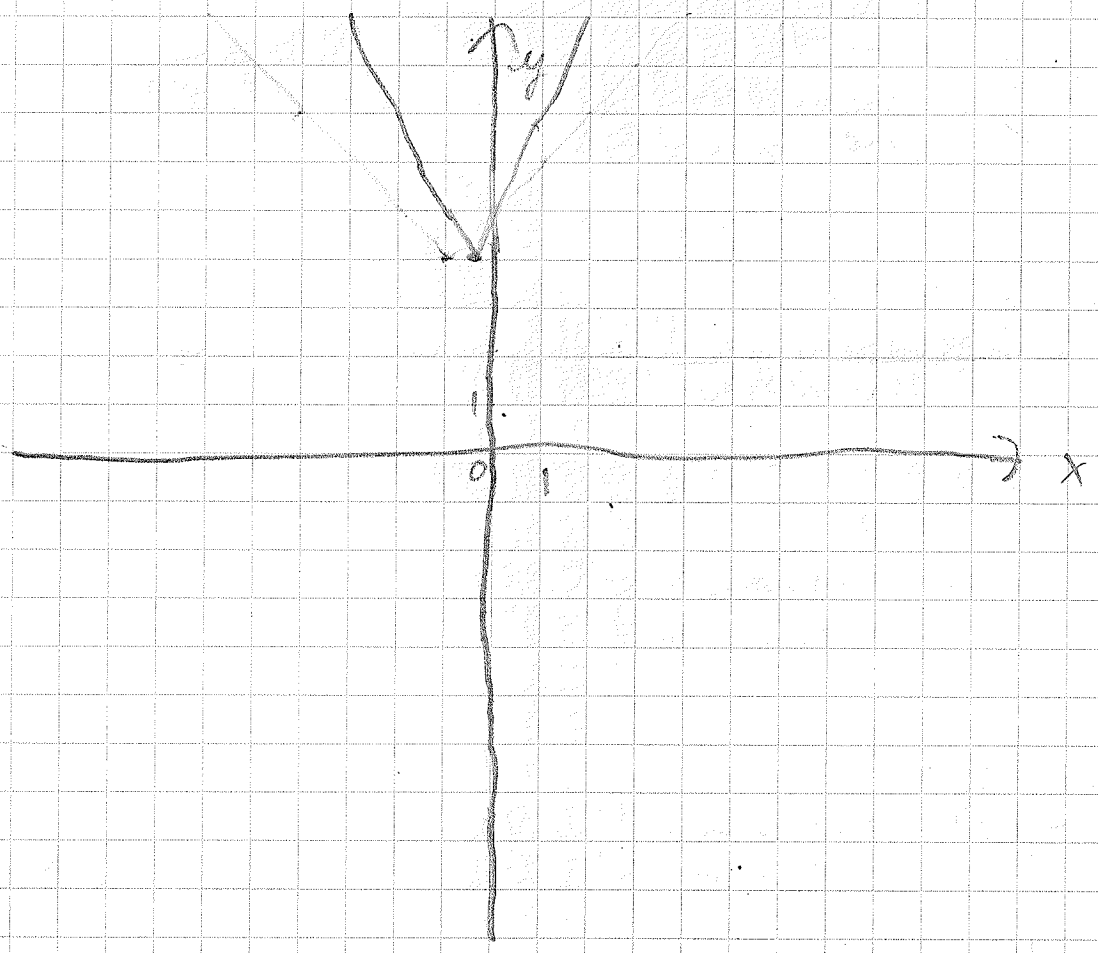
f) szakaszonként fogy, szakaszonként nő
zérushely: $x = 0$
szélsőértéke: maximum $(-1; 3)$
minimum $(-3; -1)$; minimum $(3; -1)$

g) szakaszonként fogy, szakaszonként nő
zérushely: $-1$
szélsőértéke: maximum $(2; 2)$
minimum $(0; -1)$

h) fogy
zérushely: $x = 0$
szélsőértéke: maximum $(-3; 1)$; maximum $(-1; 1)$
minimum $(1; -0)$; minimum $(3; -1)$

13. old. 6.

a)




ÉT: $= \{x \in \mathbb{R} \mid -\infty < x < \infty\}$

ÉK: $= \{y \in \mathbb{R} \mid 4 \leq y\}$

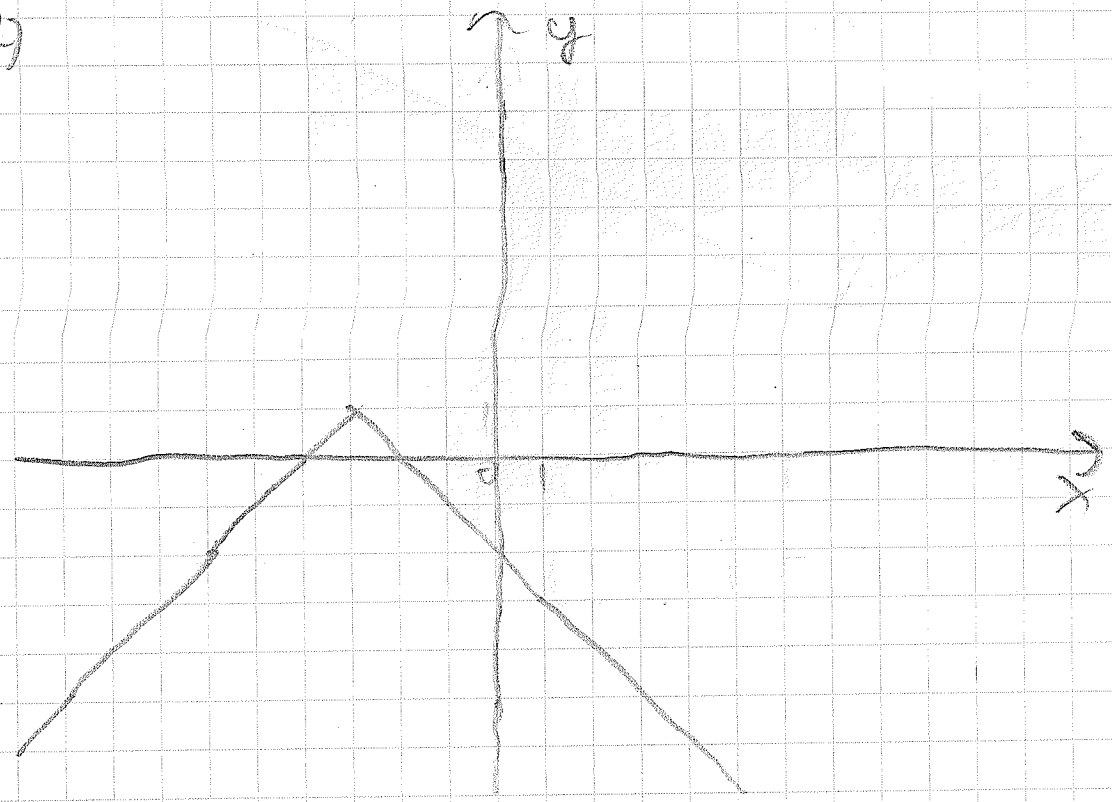
y - tengelymetrise: $y = 5$

zérushelye: nincs

a függvény menete: szigorúan monoton nő ha $x > -0.5$
szigorúan monoton csökken ha ha $x < -0.5$

szélsőértéke: minimum $(-0.5, 4)$

b)




ÉT: $= \{x \in \mathbb{R} \mid -\infty < x < \infty\}$

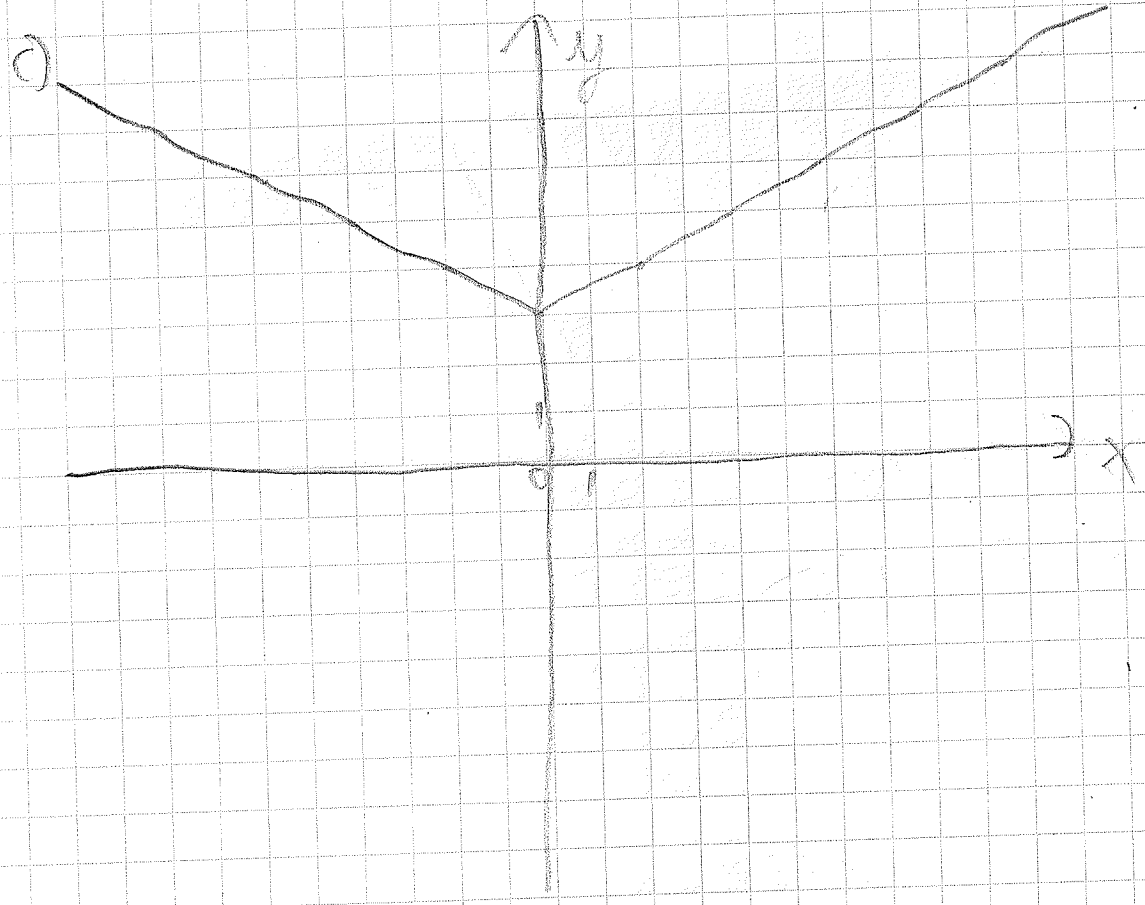
ÉK: $= \{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq y\}$

y-tengelymetszése: $y = -2$

zérushelye: $x = -2$ és $x = -4$

a függvény menete:
szigorúan monoton nő ha $x < -3$
szigorúan monoton csökken ha $x > -3$

szélsőértéke: maximum $(-3, 1)$




ÉT := $\{x \in \mathbb{R} \mid -\infty < x < \infty\}$

ÉK := $\{y \in \mathbb{R} \mid y \geq 3\}$

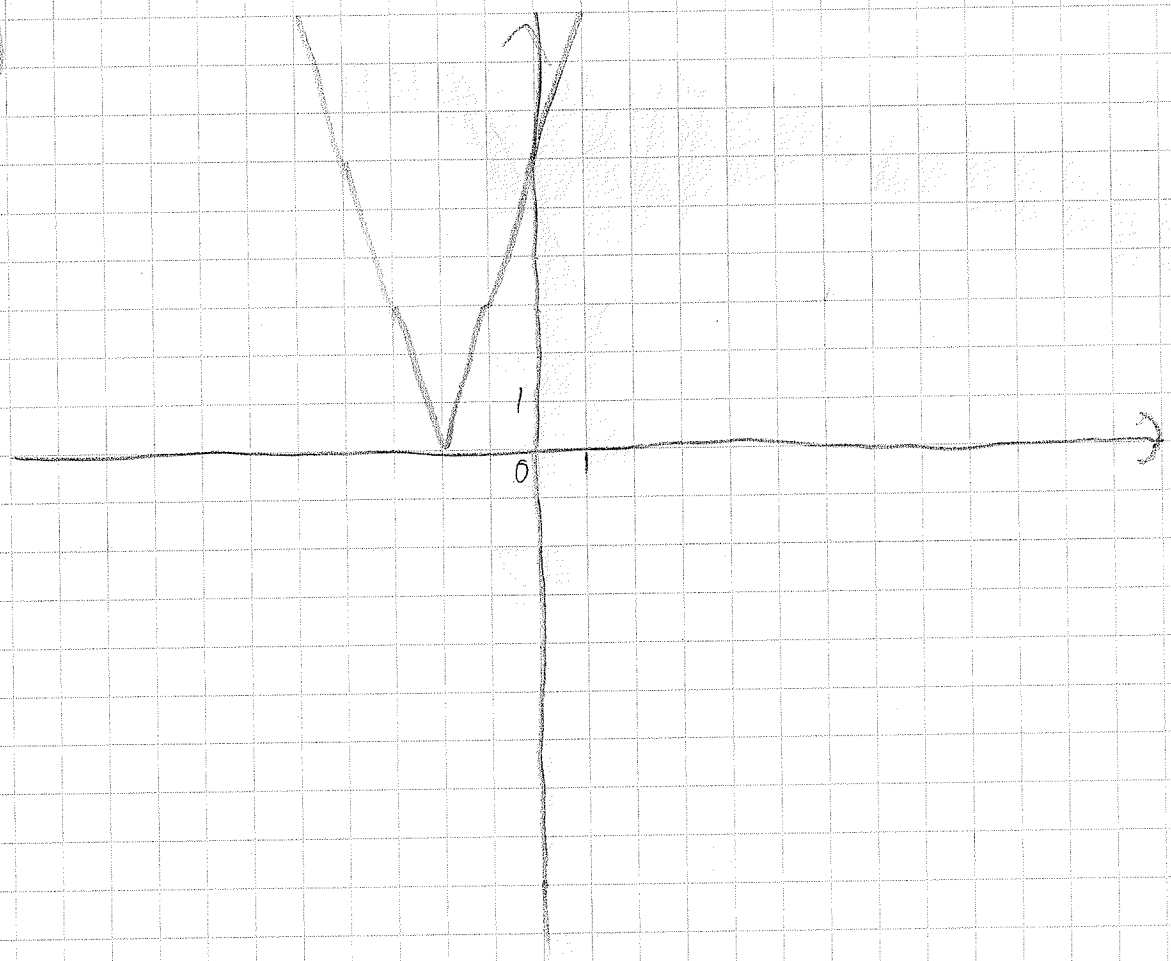
y-tengelymetszése: $y = 3$

zérushelye: nincs

a függvény menete:
szigorúan monoton nő ha $x > 0$
szigorúan monoton csökken ha $x < 0$

szélsőértéke: minimum $(0; 3)$

d)




ÉT: $= \{x \in \mathbb{R} \mid -\infty < x < \infty\}$

ÉK: $= \{y \in \mathbb{R} \mid y \geq 0\}$

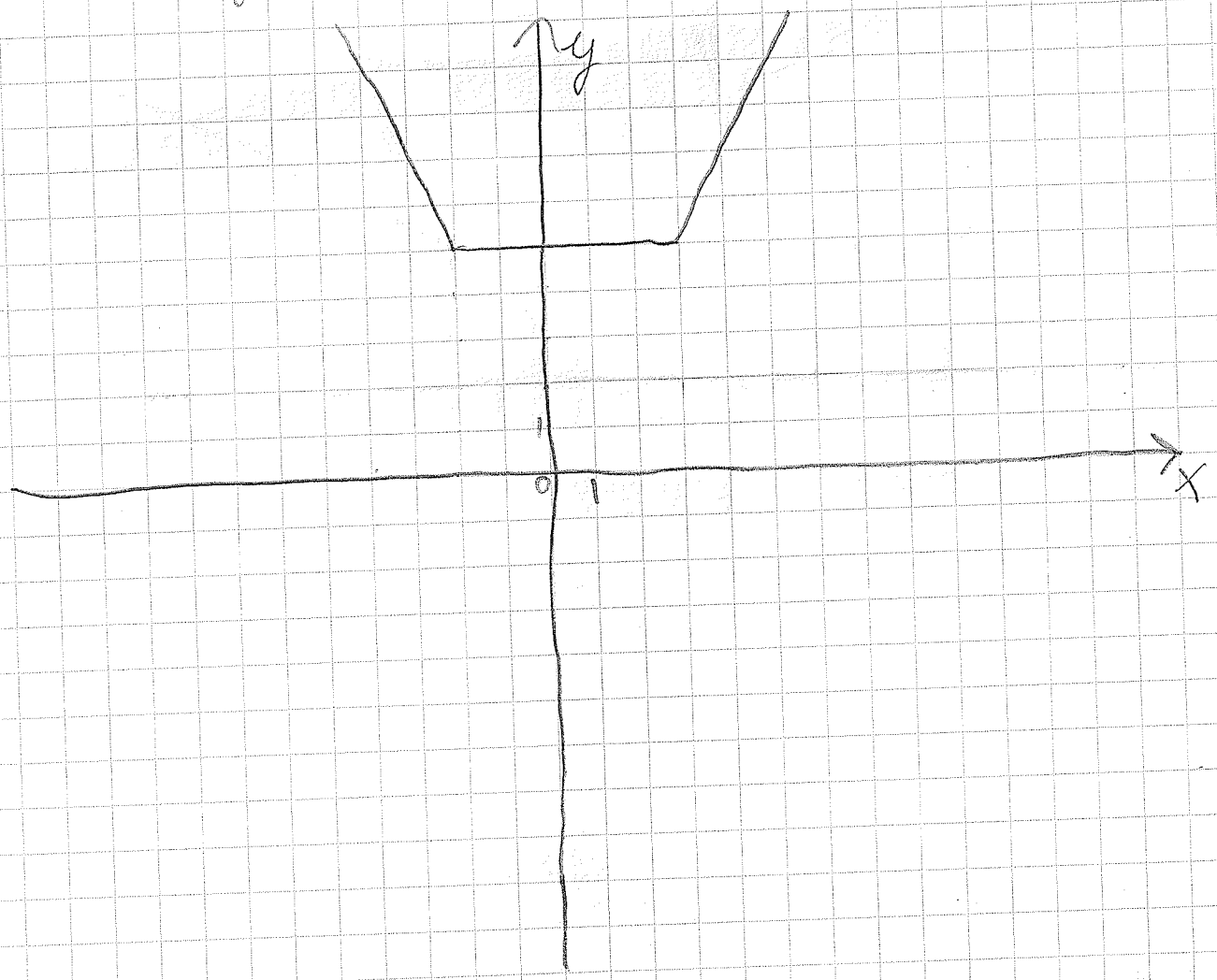
y-tengelymetszése: $y = 6$

zérushelye: $x = -2$

a függvény menete:
szigorúan monoton nő ha $x \geq -2$
szigorúan monoton csökken ha $x \leq -2$

szélsőértéke: minimum $(-2; 0)$

15. old. Szorgalmi




ÉT: $= \{x \in \mathbb{R} \mid -\infty < x < \infty\}$

ÉK: $= \{y \in \mathbb{R} \mid y \geq 5\}$

y – tengelymetszése: $y = 5$

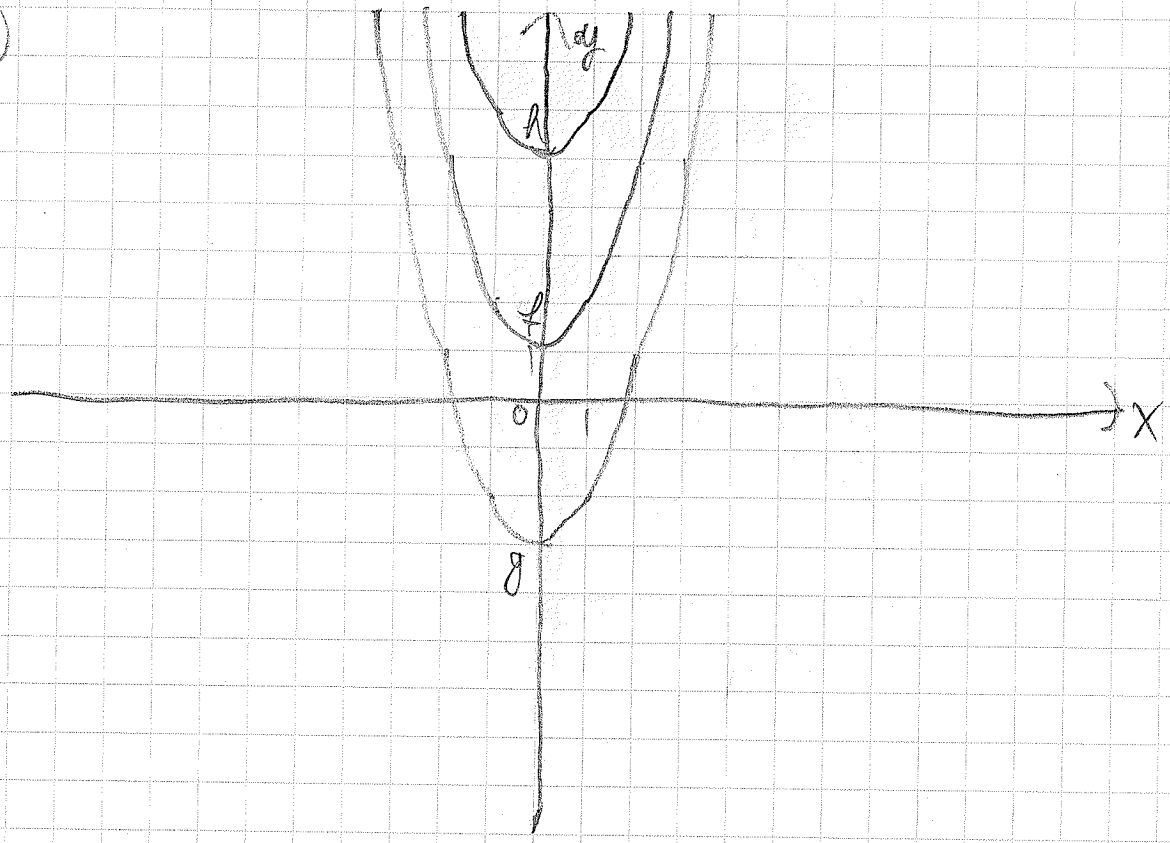
zérushelye: nincs

a függvény menete: monoton növekszik ha $x > 0$
monoton csökken ha $x < 0$

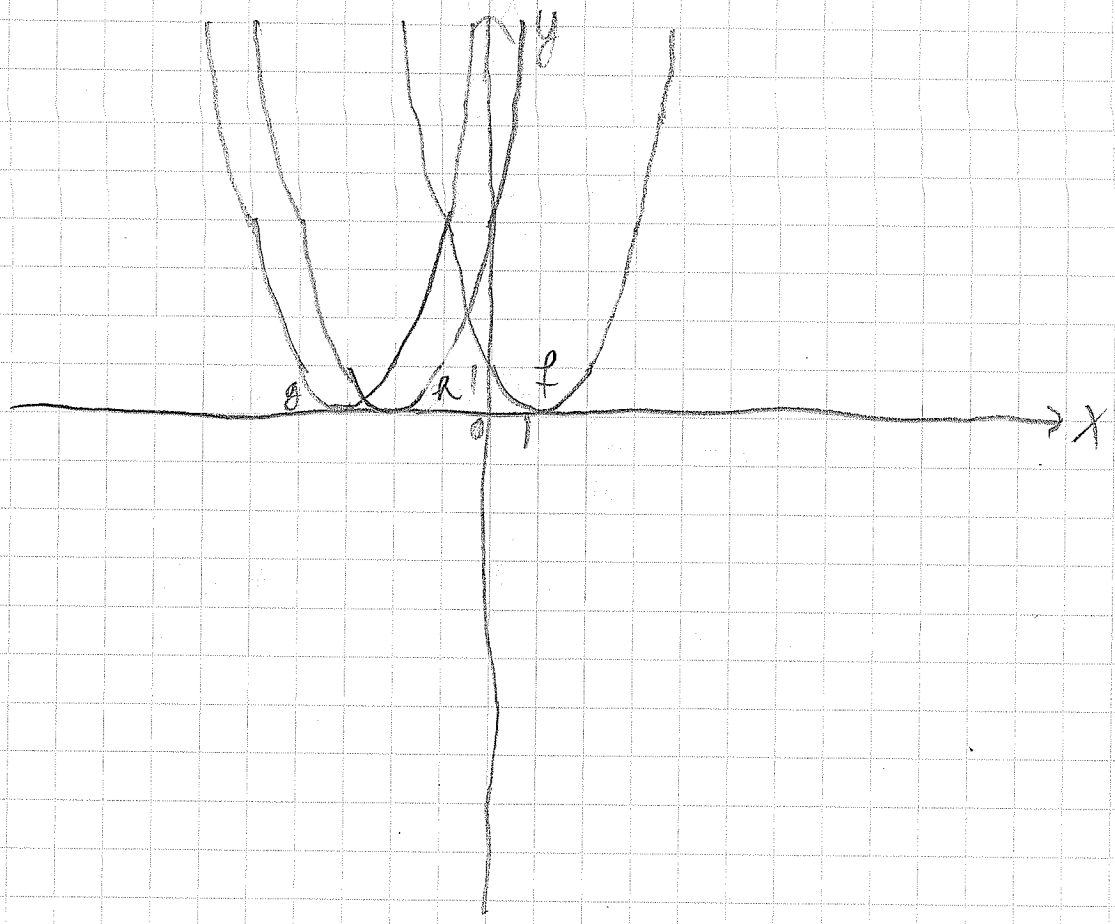
szélsőértéke: minimum $(-2; 5)$, minimum $(3; 5)$

[illegible]

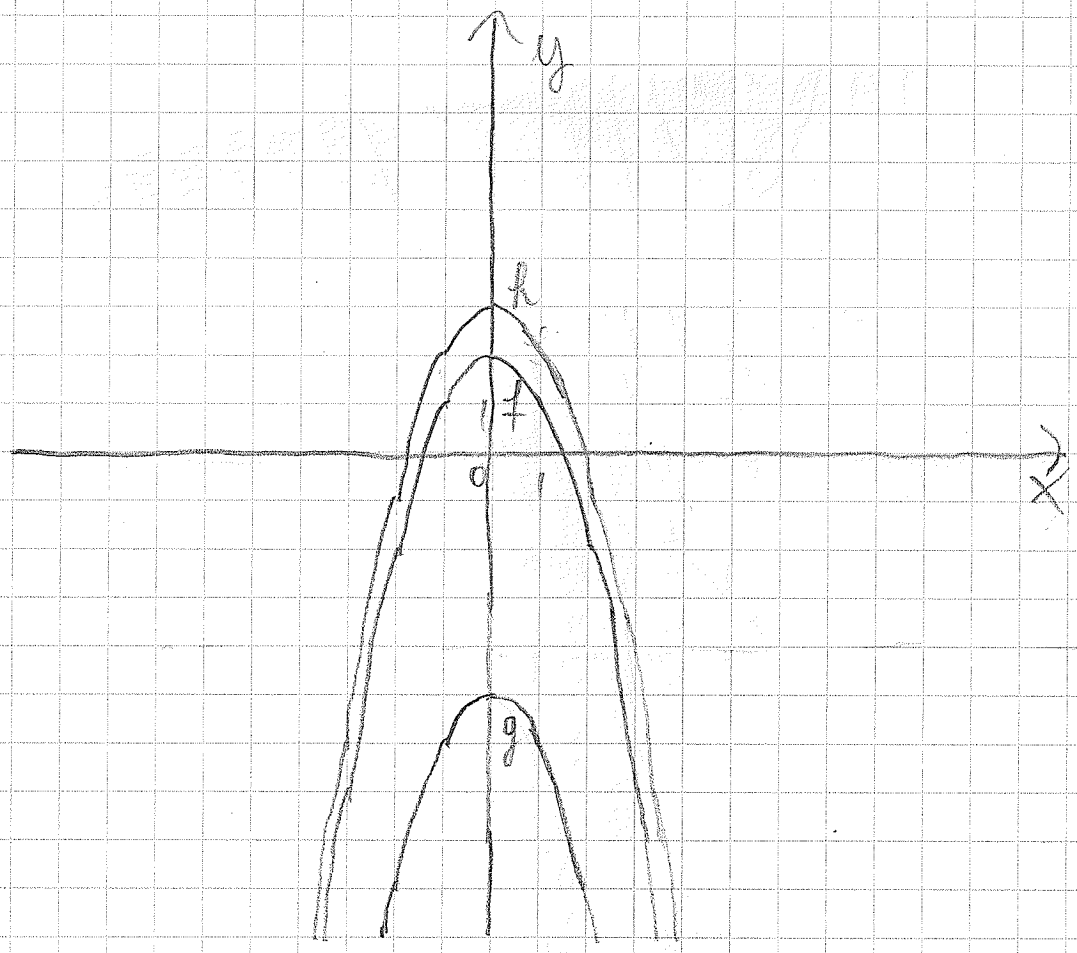
a)




b)

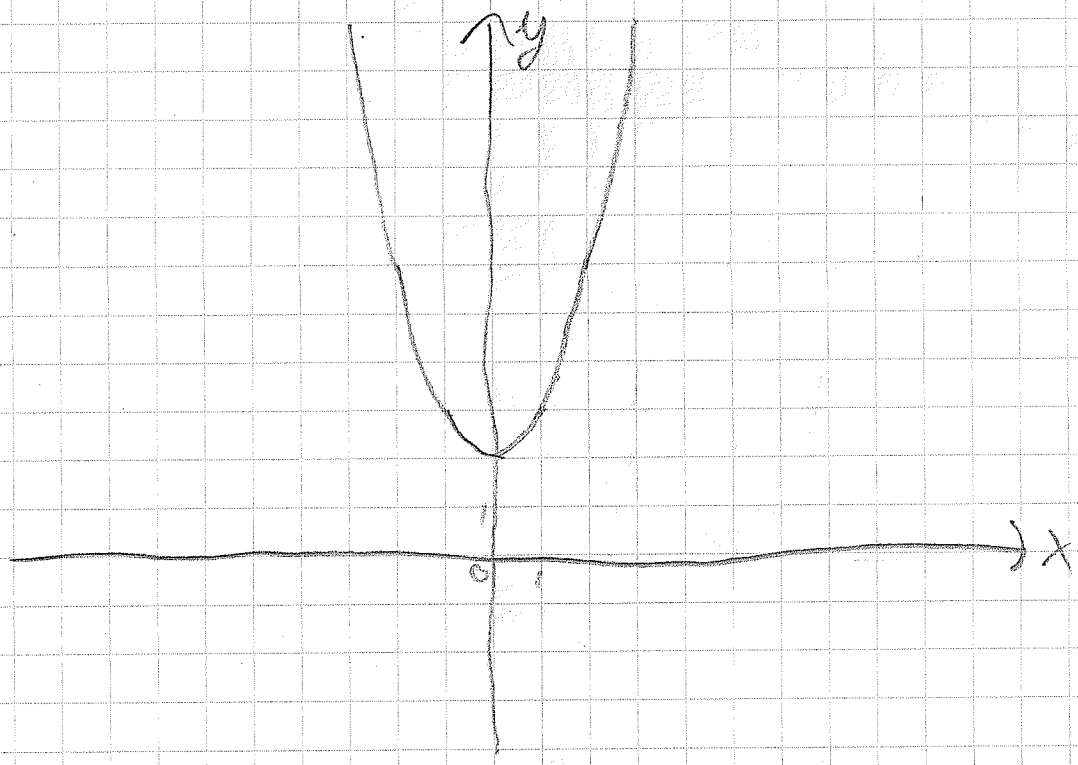


c)



17. old. 12 13.

a)




ÉT: $= \{x \in \mathbb{R} \mid -\infty < x < \infty\}$

ÉK: $= \{y \in \mathbb{R} \mid y \geq 2\}$

y – tengelymetszés: $y = 2$

zérushely: nincs

a függvény menete:
szigorúan monoton csökken ha $x < 0$
szigorúan monoton nő ha $x > 0$

szélsőértéke:
minimum $(0; 2)$

paritás: páros

b)

ÉT := $\{x \in \mathbb{R} \mid -\infty < x < \infty\}$

ÉK := $\{y \in \mathbb{R} \mid y \geq 0\}$

y-tengelymetszés: $y = 4$

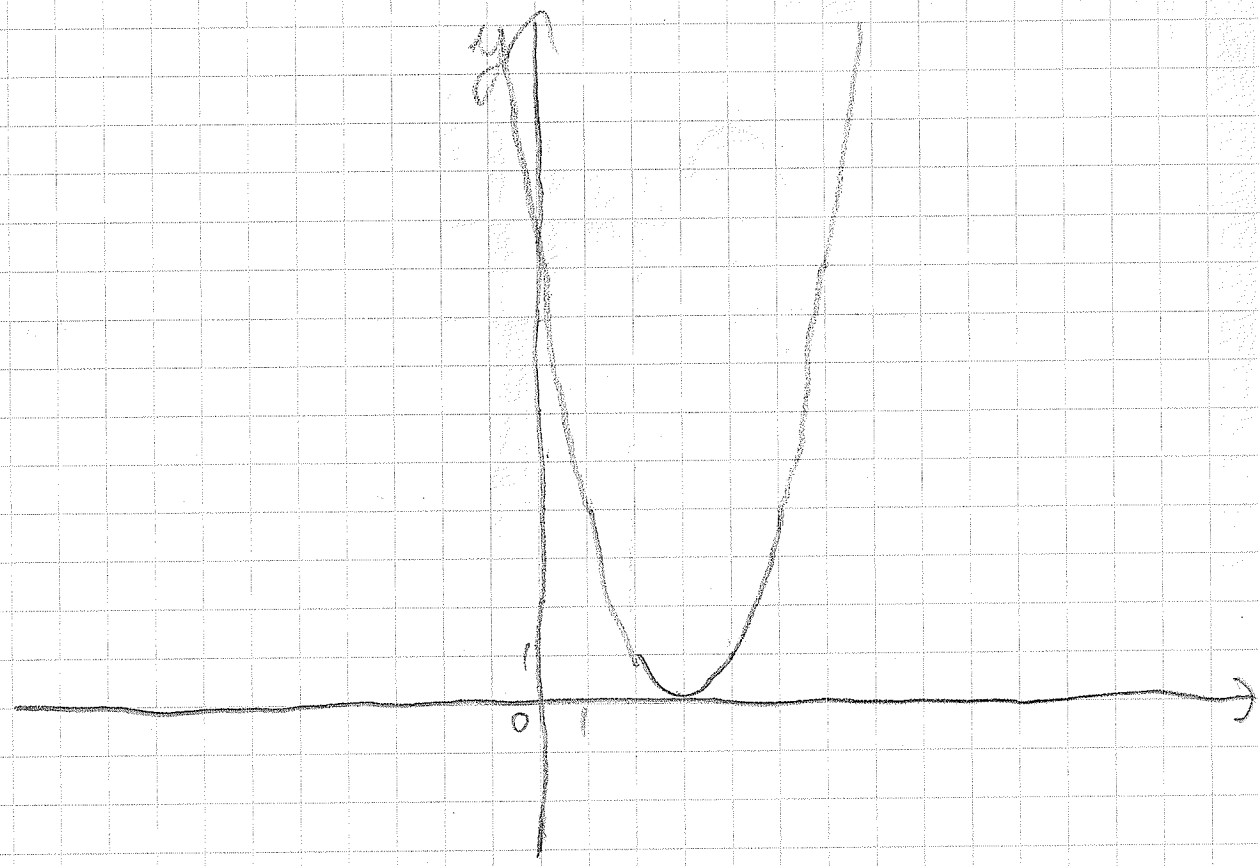
zérushelye: $x = 0$

a függvény menete:
szigorúan monoton csökken ha $x < -2$
szigorúan monoton nő ha $x > -2$

szélsőértéke: minimum $(-2, 0)$

paritás: –

c)




ÉT: $\{x \in \mathbb{R} \mid -\infty < x < \infty\}$

ÉK: $\{y \in \mathbb{R} \mid y \geq 0\}$

y-tengelymetszés: $y = 9$

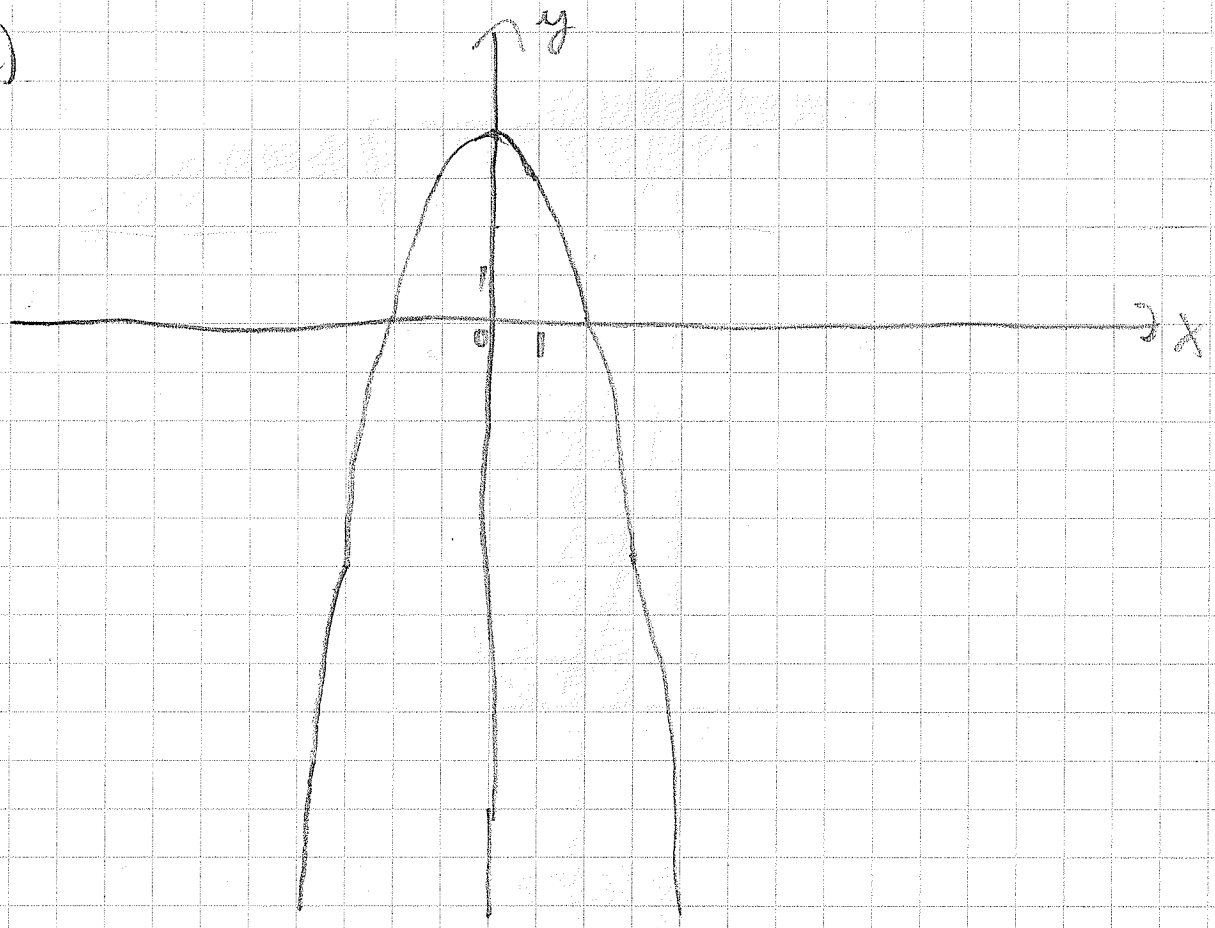
zérushelye: $x = 0$

a függvény menete:
szigorúan monoton nő ha $x > 3$
szigorúan monoton csökken ha $x < 3$

szélsőértéke: minimum $(3; 0)$

paritás: —

d)




ÉT: $= \{x \in \mathbb{R} \mid -\infty < x < \infty\}$

ÉK: $= \{y \in \mathbb{R} \mid y \leq 4\}$

y – tengelymetszés: $y = 4$

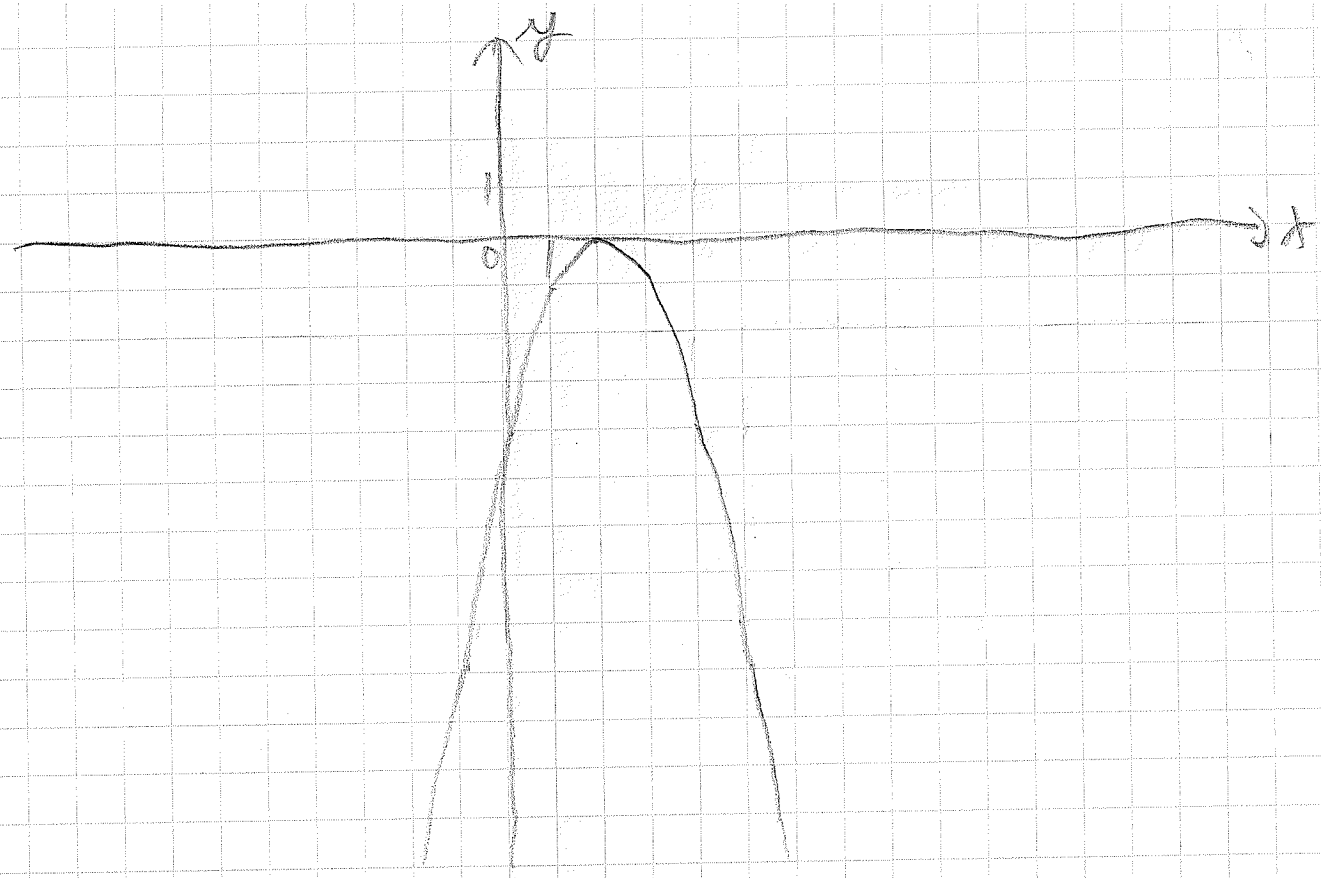
zérushelye: $x = 2$ és $x = -2$

a függvény menete:
szigorúan monoton nő ha $x < 0$
szigorúan monoton csökken ha $x > 0$

szélsőértéke: maximum $(0; 4)$

paritás: páros

e)




ÉT: $= \{x \in \mathbb{R} \mid -\infty < x < \infty\}$

ÉK: $= \{y \in \mathbb{R} \mid y \leq 0\}$

y – tengelymetszés: $y = -4$

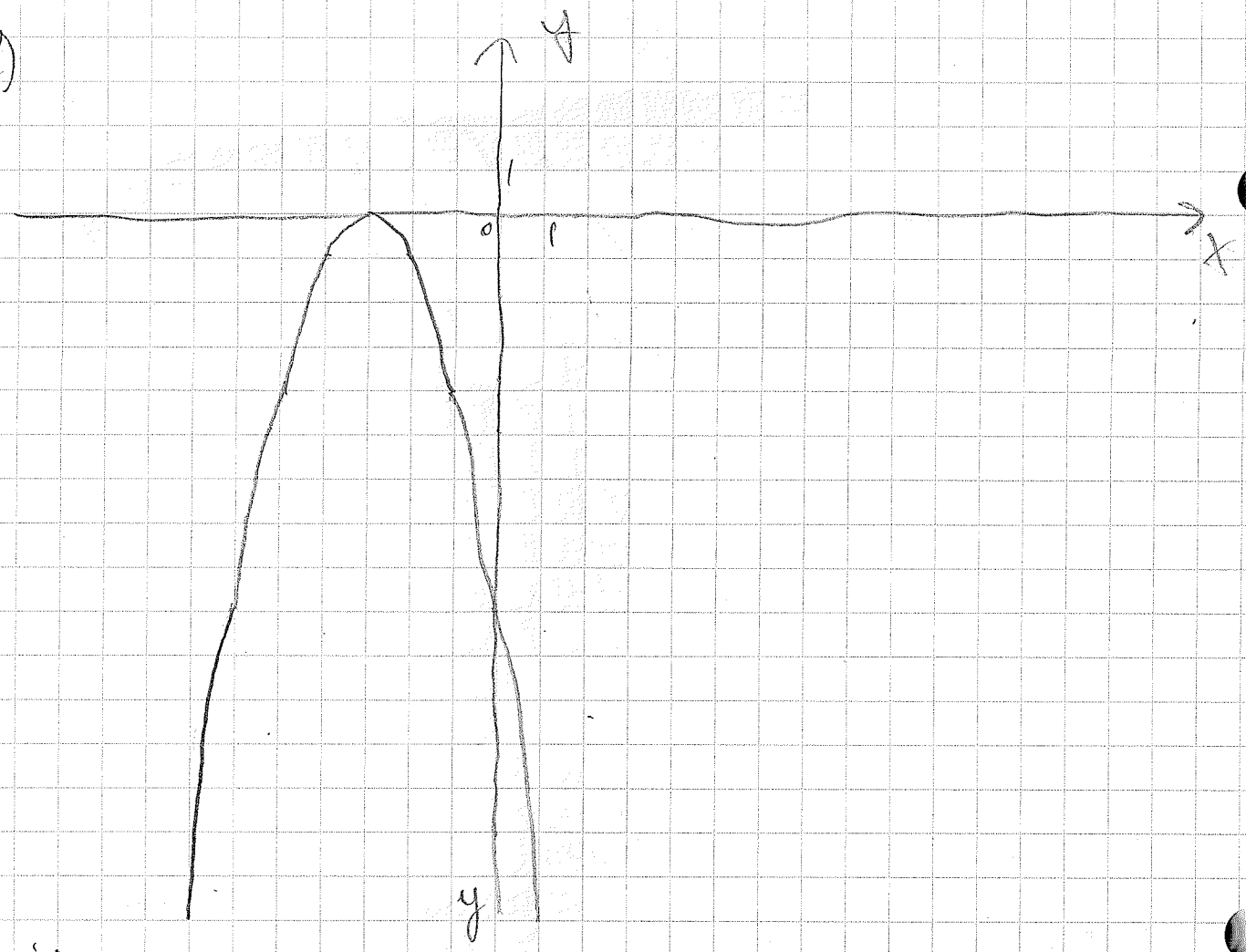
zérushely: $x = 2$

a függvény menete:
szigorúan monoton nő ha $x < 2$
szigorúan monoton csökken ha $x > 2$

szélsőértéke: maximum $(2; 0)$

paritás: –

f)




ÉT: $= \{x \in \mathbb{R} \mid -\infty < x < \infty\}$

ÉK: $= \{y \in \mathbb{R} \mid y \leq 0\}$

y-tengelymetszése: $y = -9$

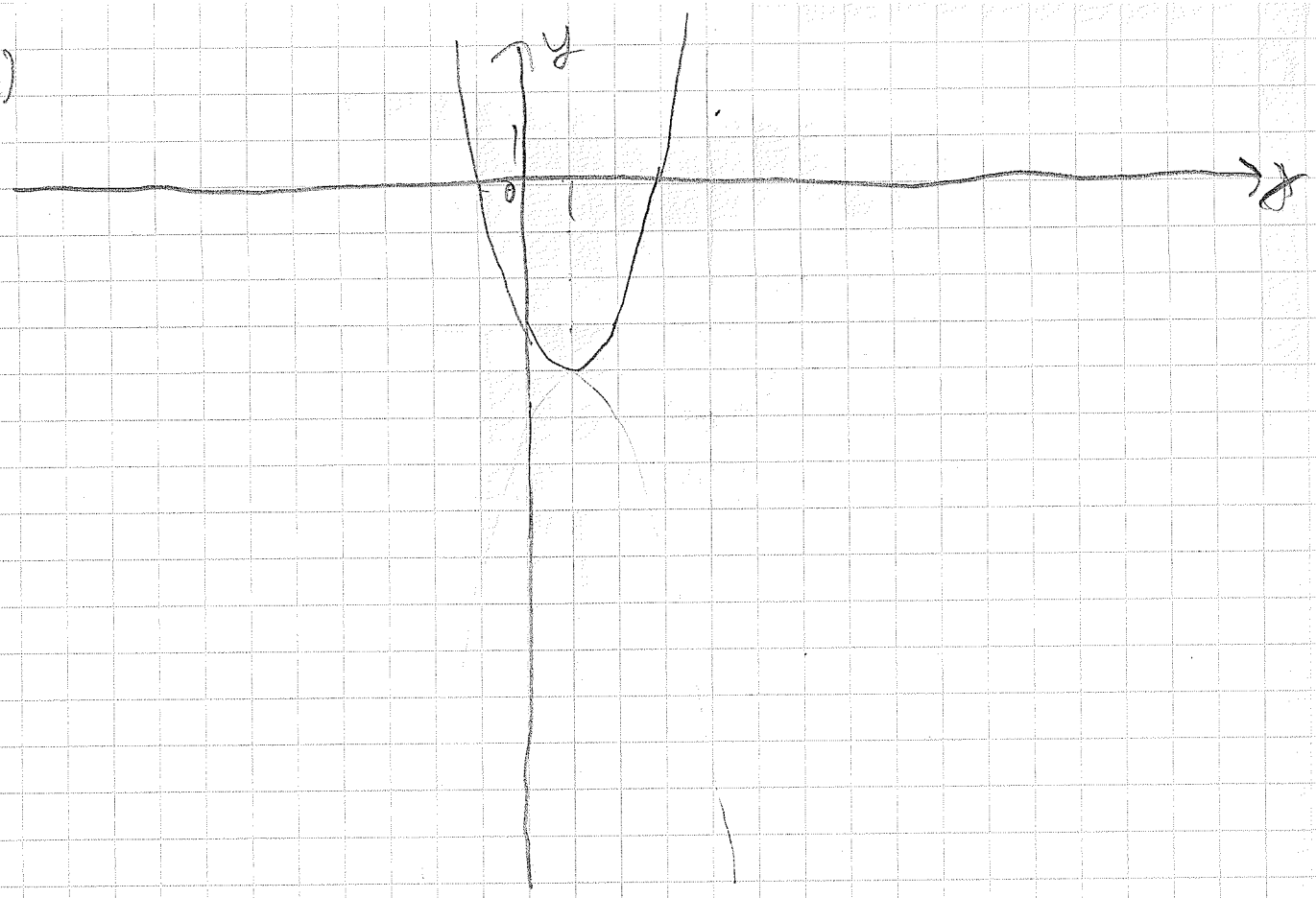
zérushelyei: $x = -3$

a függvény menete:
szigorúan monoton nő ha $x < -3$
szigorúan monoton csökken ha $x > -3$

szélsőértéke: maximum $(-3; 0)$

paritás: –

g)




ÉT: $= \{x \in \mathbb{R} \mid -\infty < x < \infty\}$

ÉK: $= \{y \in \mathbb{R} \mid y \geq -4\}$

y – tengelymetszete: $y = -3$

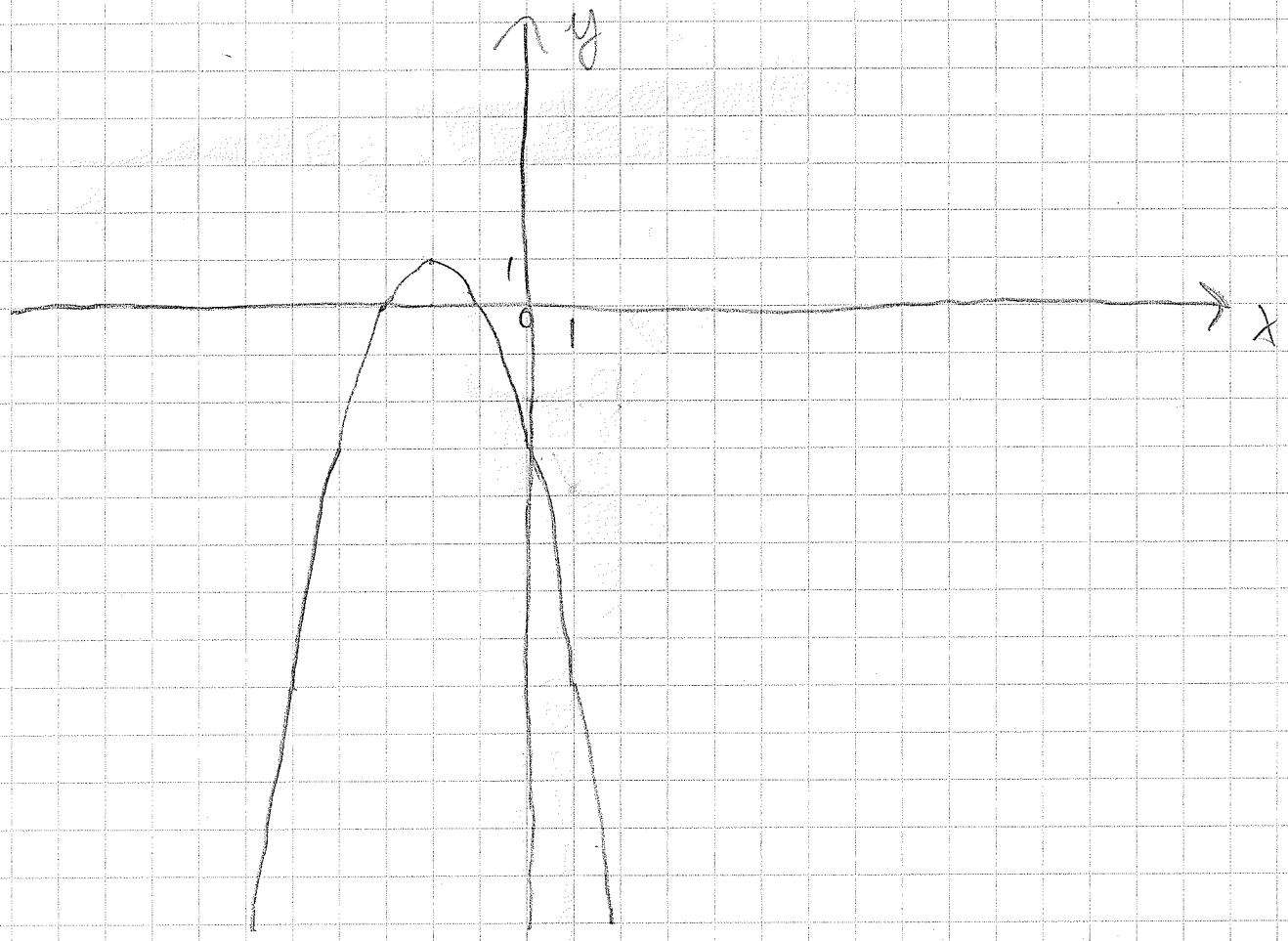
zérushelyei: $x = -1$ és $x = 3$

a függvény menete:
szigorúan monoton csökken ha $x < 1$
szigorúan monoton nő ha $x > 1$

szélsőértéke: minimum $(1; -4)$

paritás: –

b)




ÉT: $= \{x \in \mathbb{R} \mid -\infty < x < \infty\}$

ÉK: $= \{y \in \mathbb{R} \mid y \leq 1\}$

y - tengelymetszés: $y = -3$

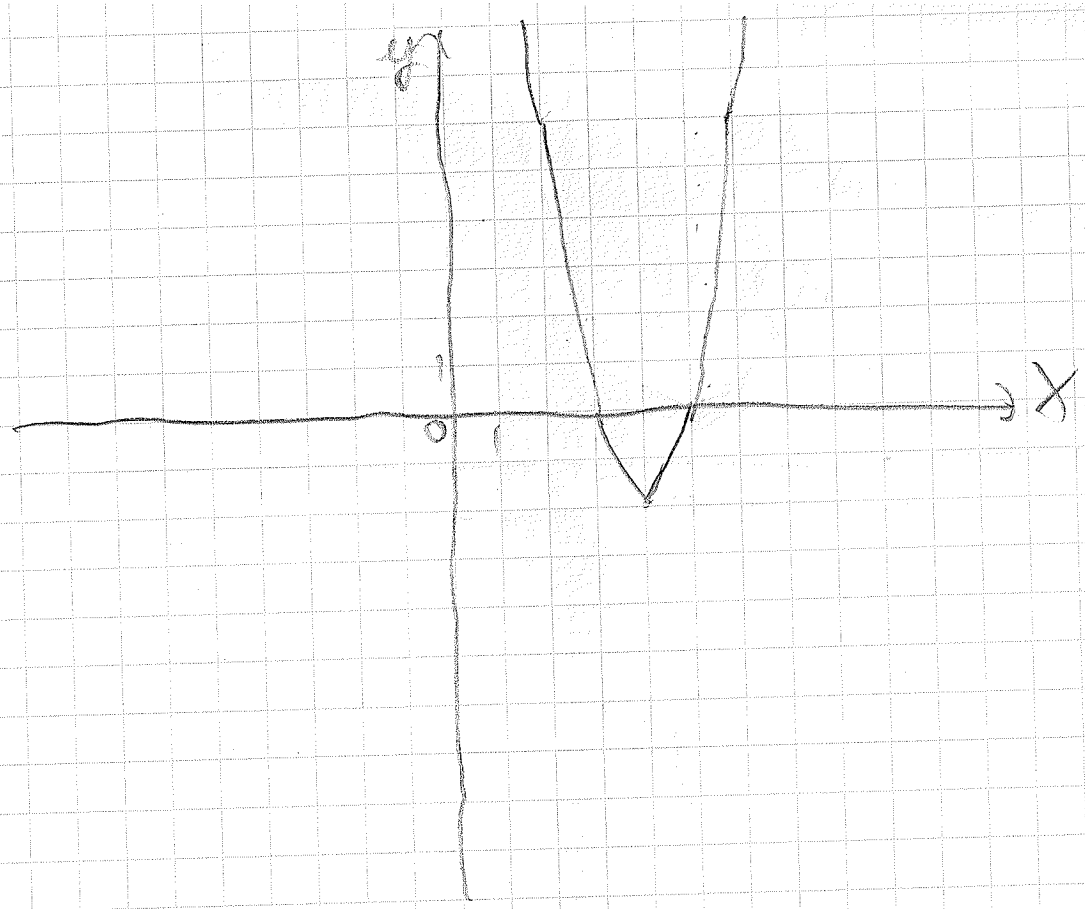
zérushelyei: $x = -3$ és $x = -1$

a függvény menete:
szigorúan monoton nő ha $x < -2$
szigorúan monoton csökken ha $x > -2$

szélsőértéke: maximum $(-2; 1)$

paritás: —

i)




ÉT: $= \{x \in \mathbb{R} \mid -\infty < x < \infty\}$

ÉK: $= \{y \in \mathbb{R} \mid y \geq -2\}$

y-tengelymetszés: $y = 32$ $\quad \sum_{n=1}^{5} 2(2n-1)$

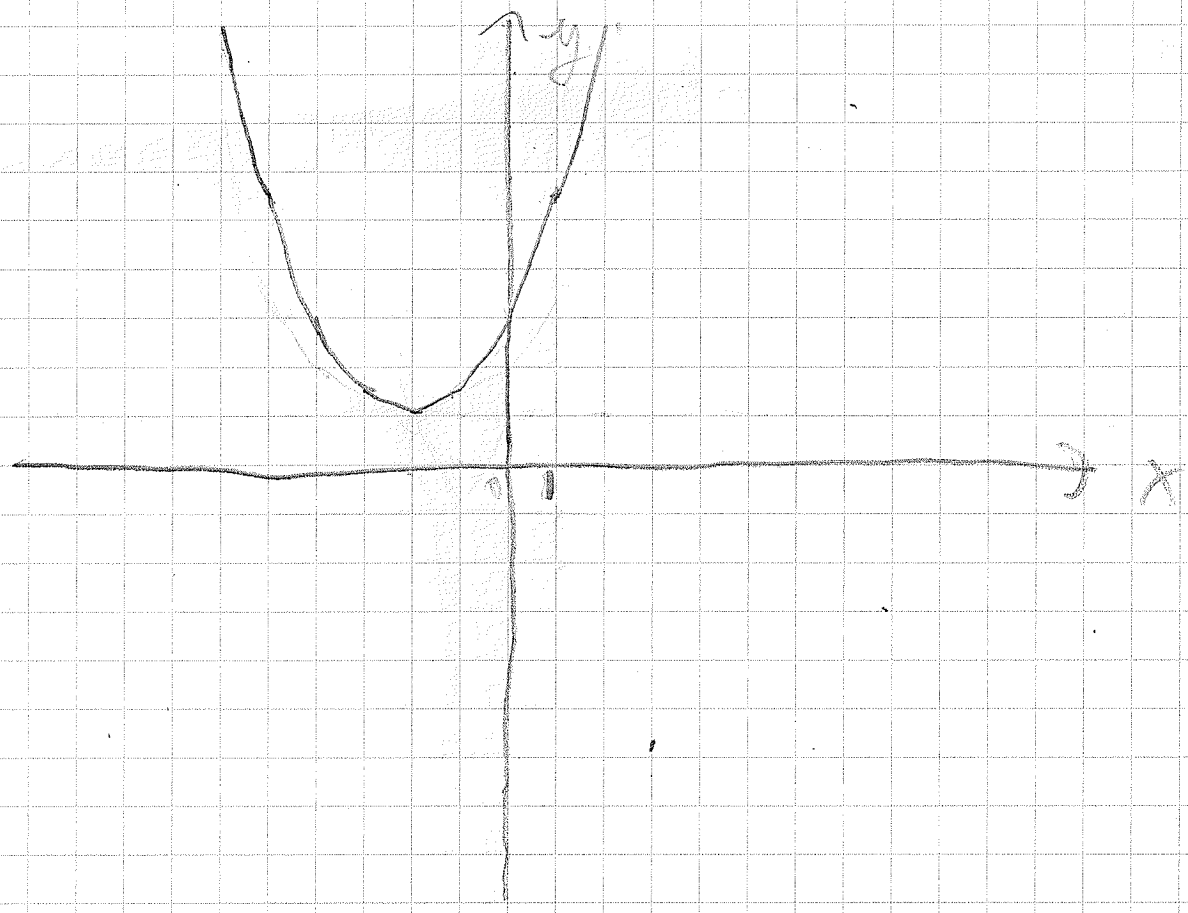
zérushelye: $x = 3$ és $x = 5$

a függvény menete:
szigorúan monoton nő ha $x > 4$
szigorúan monoton csökken ha $x < 4$

szélsőértéke: minimum $(4; -2)$

paritás: —

j)




ÉT $:= \{x \in \mathbb{R} \mid -\infty < x < \infty\}$

ÉK $:= \{y \in \mathbb{R} \mid y \geq 1\}$

y – tengelymetszés: $y = 3$

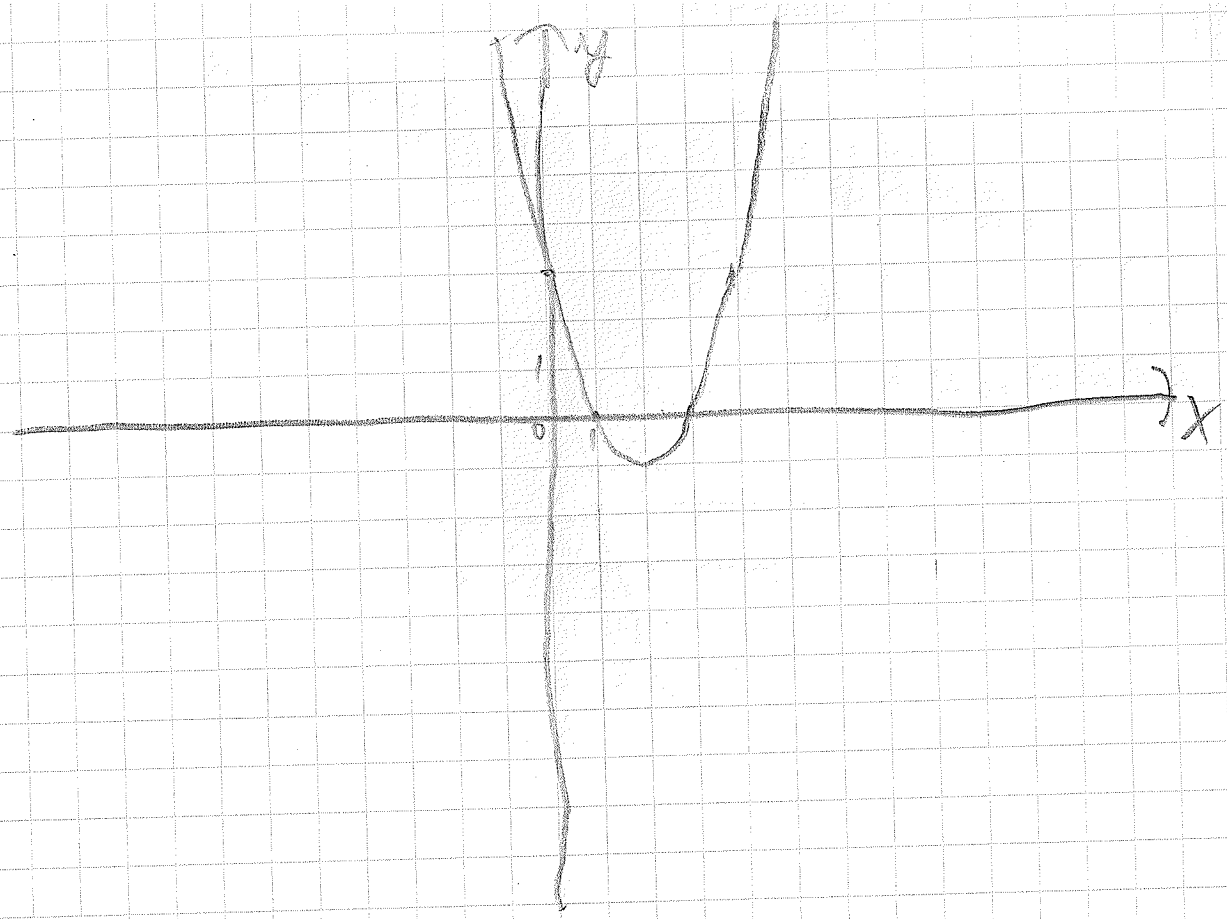
zérushelyei: nincs

a függvény menete:
szigorúan monoton nő ha $x > -2$
szigorúan monoton csökken ha $x < -2$

szélsőértéke: minimum $(-2, 1)$

paritás: –

k)




ÉT: $= \{x \in \mathbb{R} \mid -\infty < x < \infty\}$

ÉK: $= \{y \in \mathbb{R} \mid y \geq -1\}$

g – tengelymetszés: $y = 3$

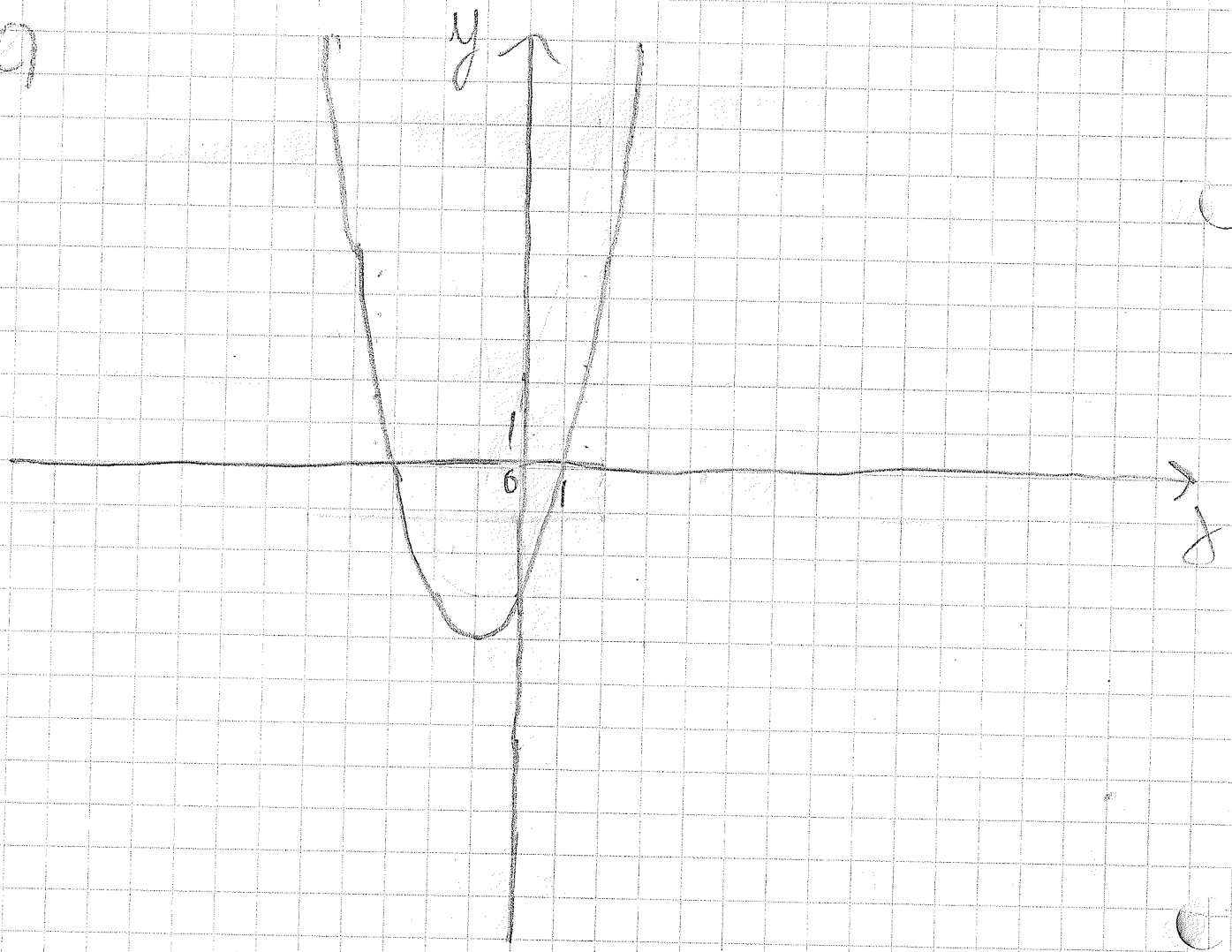
zérushelyei: $x = 1$ és $x = 3$

a függvény menete:
szigorúan monoton nő ha $x > 2$
szigorúan monoton csökken ha $x < 2$

szélsőértéke: minimum $(2, -1)$

paritás: –

9)




ÉT: $= \{x \in \mathbb{R} \mid -\infty < x < \infty\}$

ÉK: $= \{y \in \mathbb{R} \mid y \geq -4\}$

y - tengelymetszés: $y = -4$

zérushelyei: $x = -3$ és $x = 1$

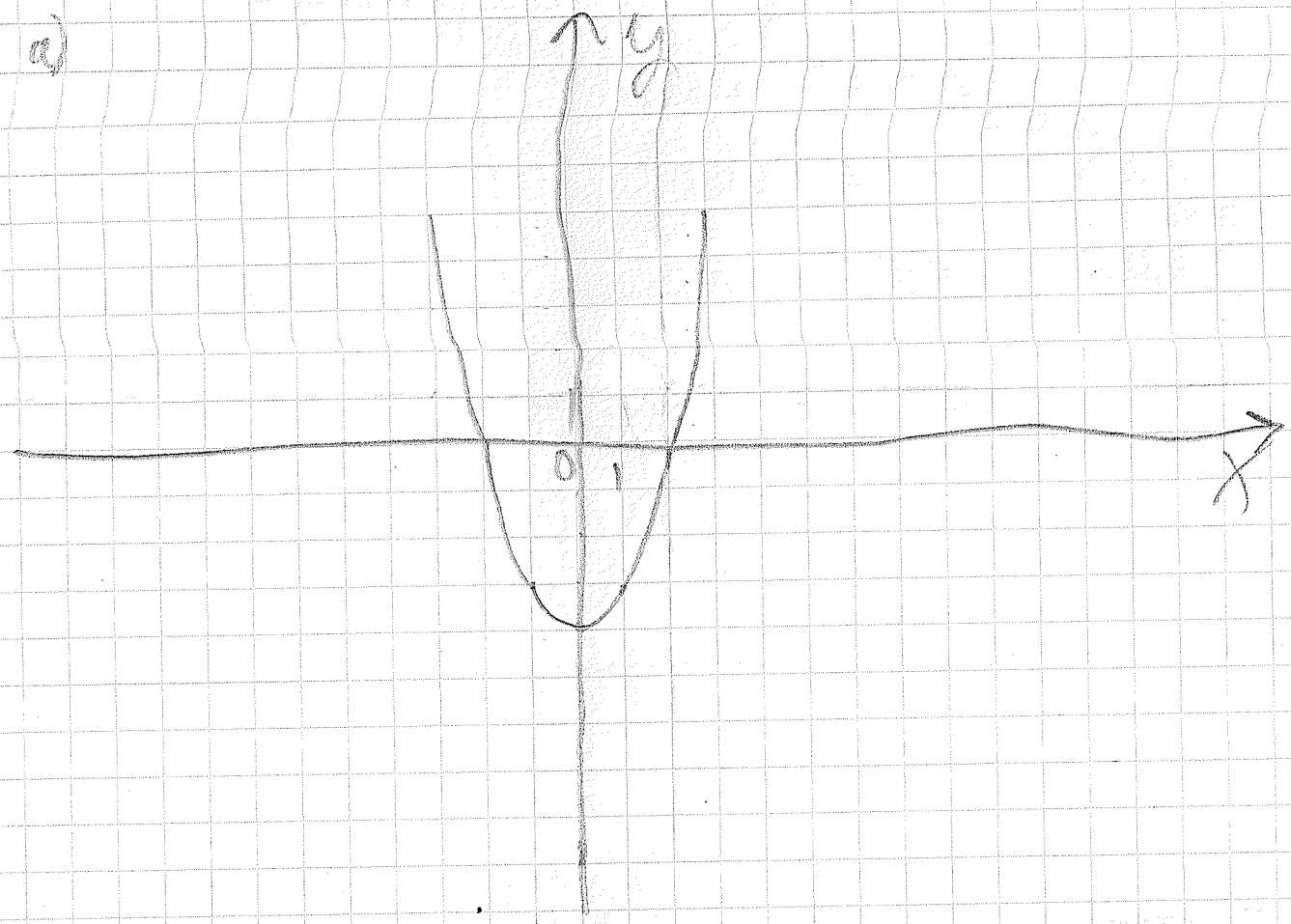
a függvény menete:
szigorúan monoton nő ha $x > -1$
szigorúan monoton csökken ha $x < -1$

szélsőértéke: minimum $(-1; -4)$

paritás: –

17. old. 12/4.

a)




ÉT: $= \{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x \leq 3\}$

ÉK: $= \{y \in \mathbb{R} \mid 5 \geq y \geq -4\}$

y-tengelymetszés: $y = -4$

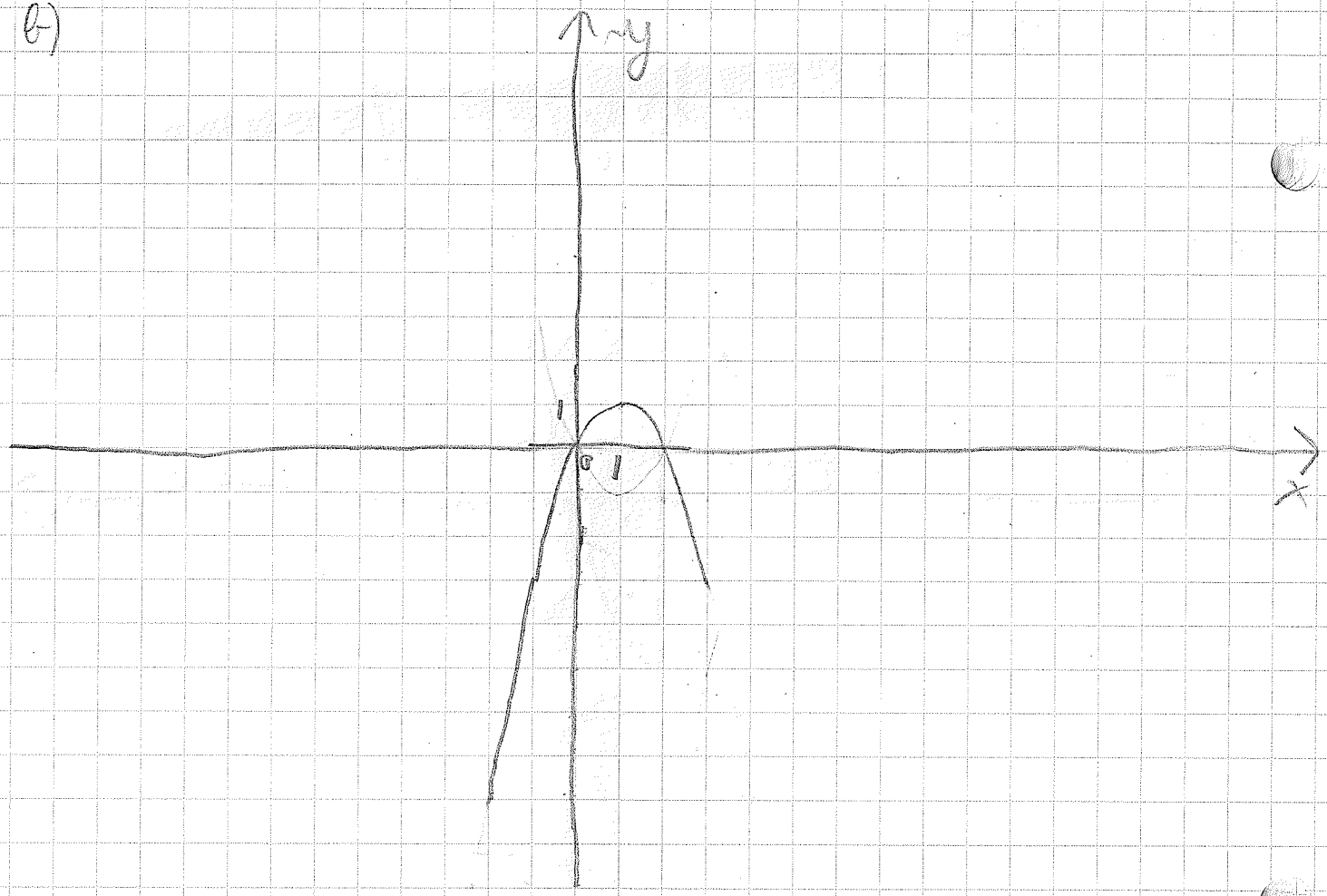
zérushelyei: $x = -2$ és $x = 2$

a függvény menete:
szigorúan monoton nő ha $x > 0$
szigorúan monoton csökken ha $x < 0$

szélsőértéke: minimum $(0; -4)$; maximum $(-3; 5)$; maximum $(3; 5)$

paritás: páros

b)




ÉT: $= \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x \leq 3\}$

ÉK: $= \{y \in \mathbb{R} \mid -8 \leq y \leq 1\}$

y – tengelymetszés: $y = 0$

zérushelyei: $x = 0$ és $x = 2$

a függvény menete

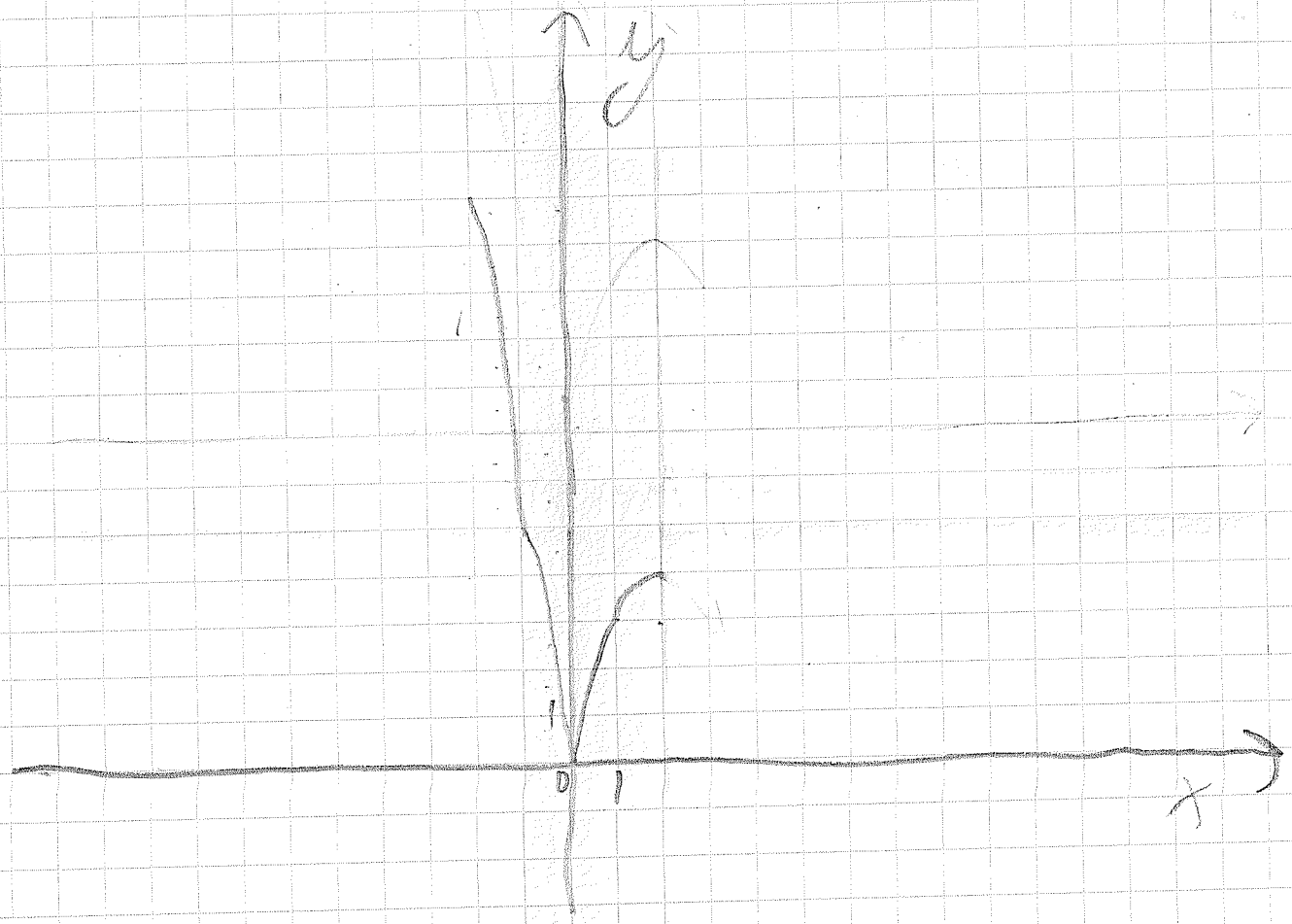
szigorúan monoton nő ha $x > 1$

szigorúan monoton csökken ha $x < 1$

szélsőértéke: maximum$(1; 1)$; minimum$(-2; -8)$

paritás: –

c)




ÉT: $= \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x \leq 2\}$

ÉK: $= \{y \in \mathbb{R} \mid 0 \leq y \leq 2\}$

y – tengelymetszés: $y = 0$

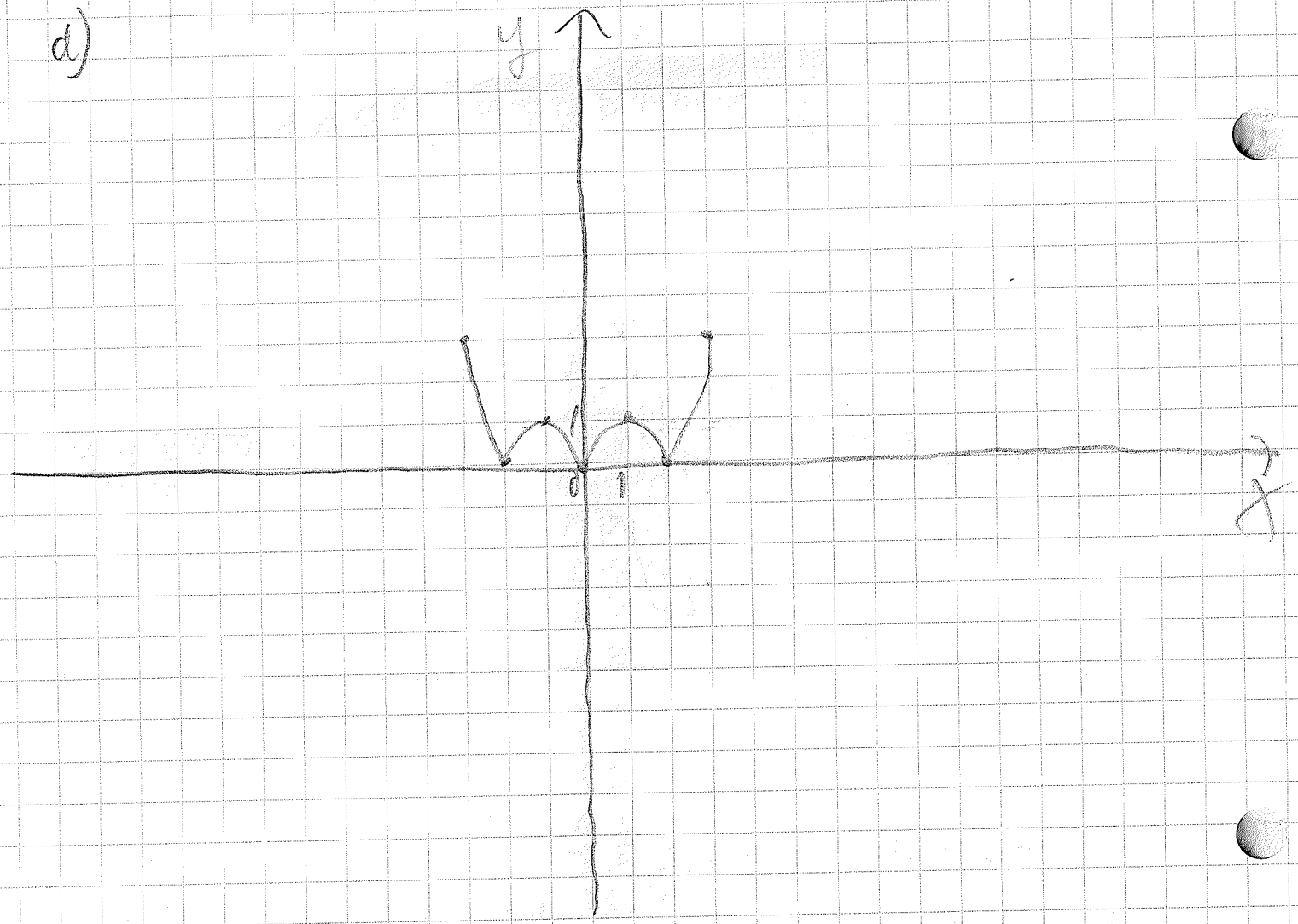
zérushelye: $x = 0$

a függvény menete:
szigorúan monoton nő ha $x > 0$
szigorúan monoton csökken ha $x < 0$

szélsőértékei: minimum $(0;0)$, maximum $(-2;2)$

paritás: —

d)




ÉT := $\{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x \leq 3\}$

ÉK := $\{y \in \mathbb{R} \mid 3 \geq y \geq 0\}$

y - tengelymetszés: $y = 0$

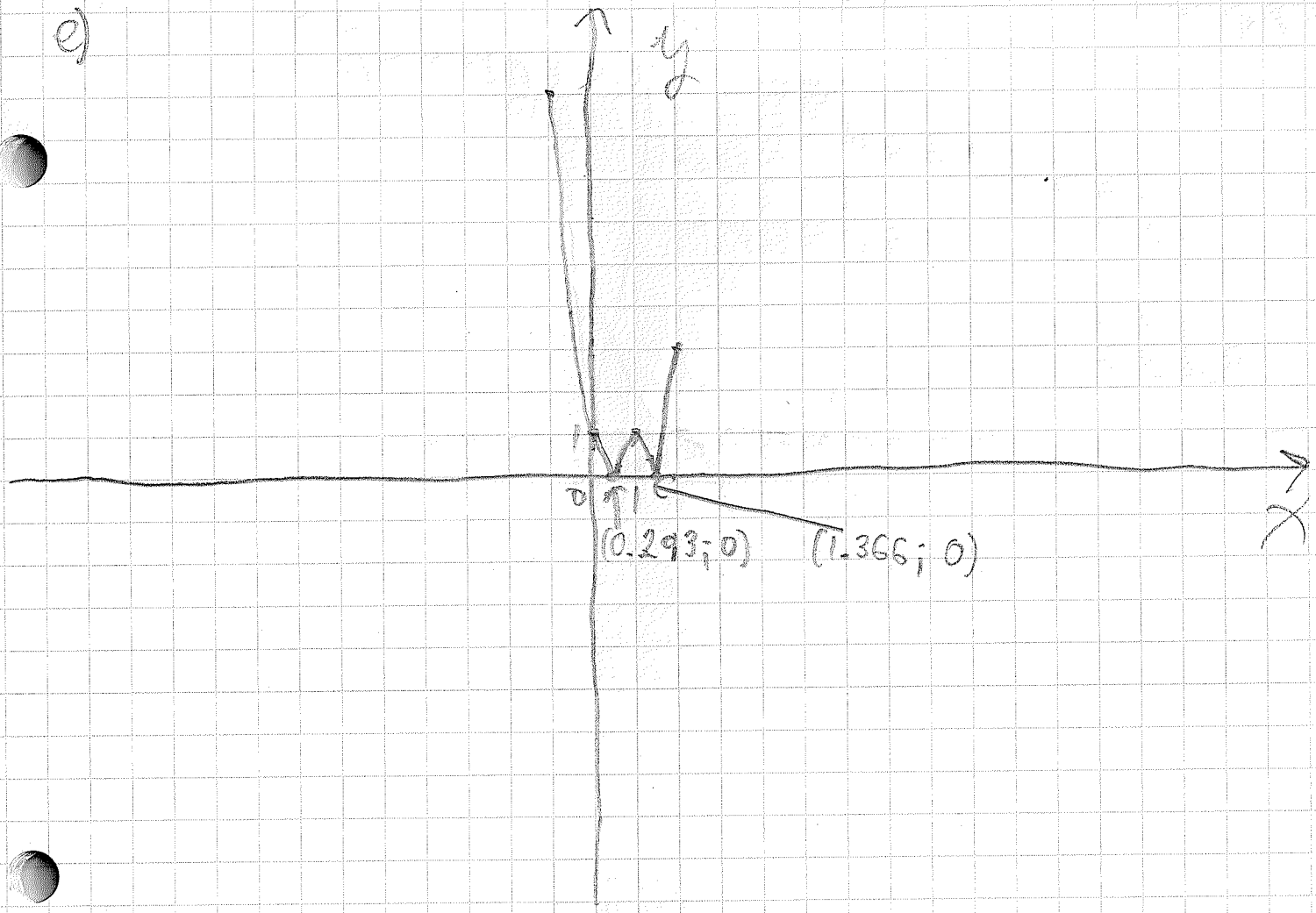
zérushelyei: $x = -2$ ; $x = 0$ ; $x = 2$

a függvény menete:
szigorúan monoton csökken ha $-3 < x < -2$ ; $-1 < x < 0$ ; $1 < x$
szigorúan monoton nő ha $-2 < x < -1$ ; $0 < x < 1$ ; $2 < x < 3$

szélsőértéke: minimum$(-2;0)$ ; minimum$(0;0)$ ; minimum$(2;0)$ ;
maximum$(-3;3)$ ; maximum$(3;3)$

paritás: páros

e)




ÉT $= \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x \leq 2\}$

ÉK $= \{y \in \mathbb{R} \mid 0 \leq y \leq 9\}$

y-tengelymetszés: $y = 1$

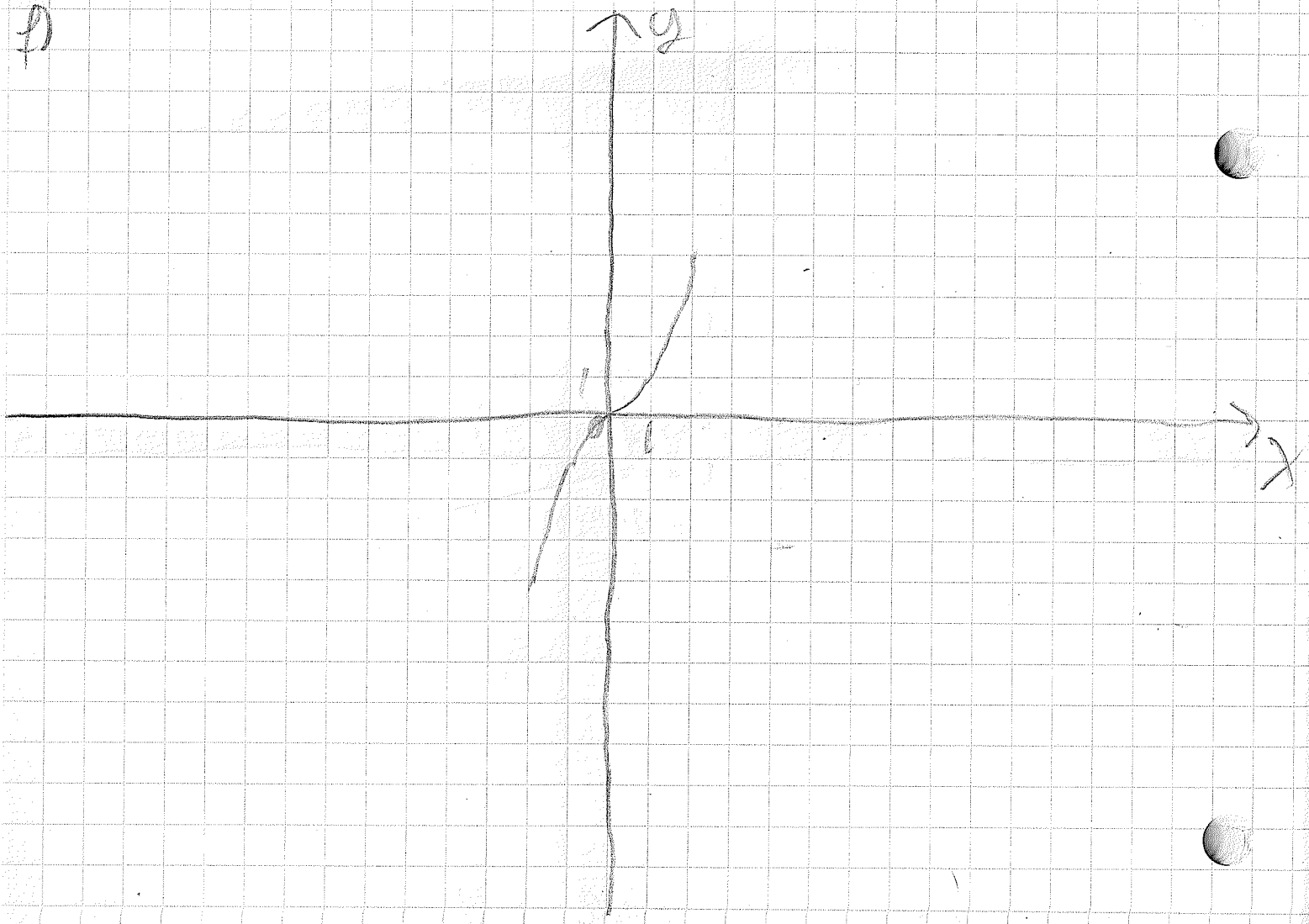
zérushelyei: $(0.293; 0)$; $(1.366; 0)$

a függvény menete:
szigorúan monoton nő ha $0.293 < x < 1$; $1.366 < x < 2$
szigorúan monoton csökken ha $-1 < x < 0.293$; $1 < x < 1.366$

szélsőértéke: maximum $(-1; 9)$; minimum $(0.293; 0)$; minimum $(1.366; 0)$

paritás: —

f)




ET = $\{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x \leq 2\}$

EK = $\{y \in \mathbb{R} \mid -4 \leq y \leq 4\}$

y – tengelymetszés: $y = 0$

zérushelye: $x = 0$

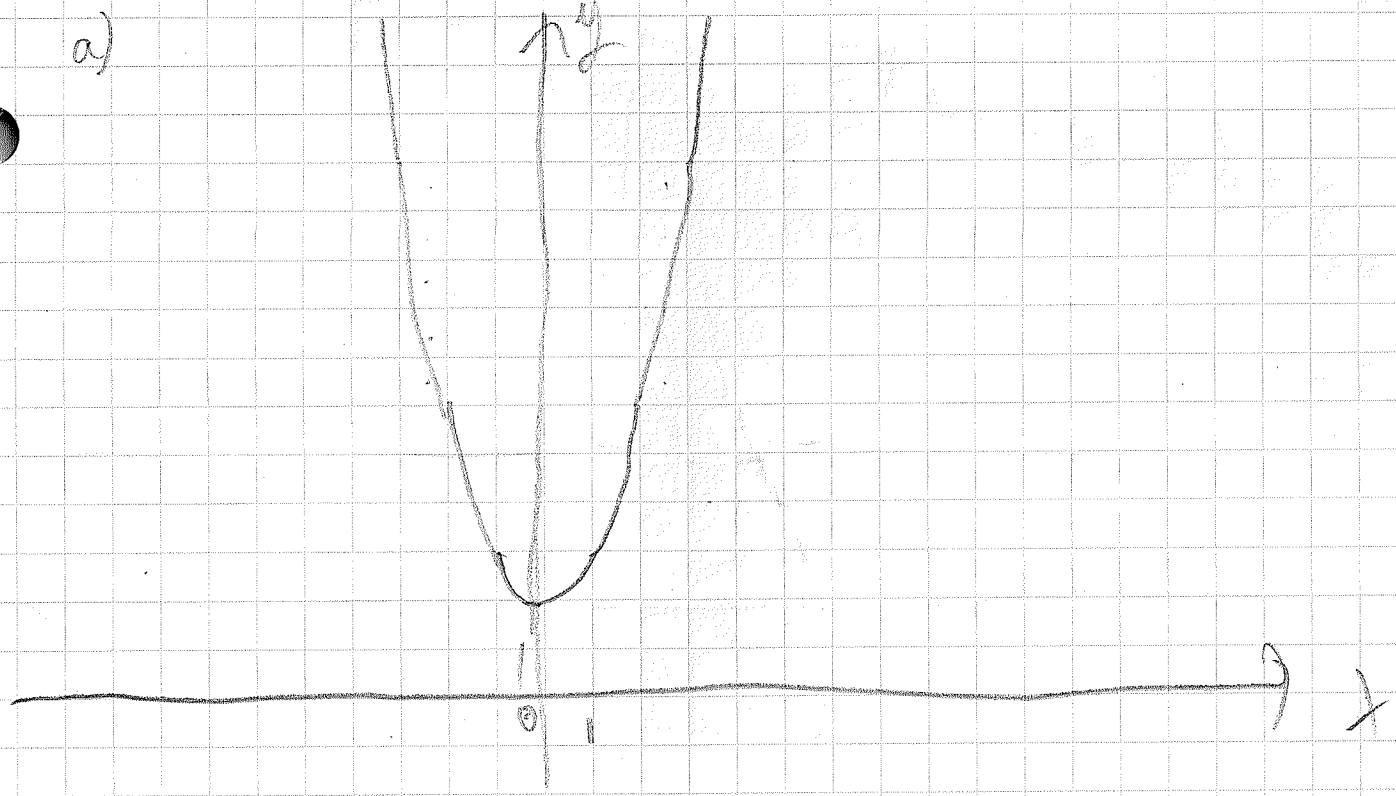
a függvény menete:
szigorúan monoton nő

szélsőértéke: minimum $(-2; -4)$; maximum $(2; 4)$

paritás: páratlan

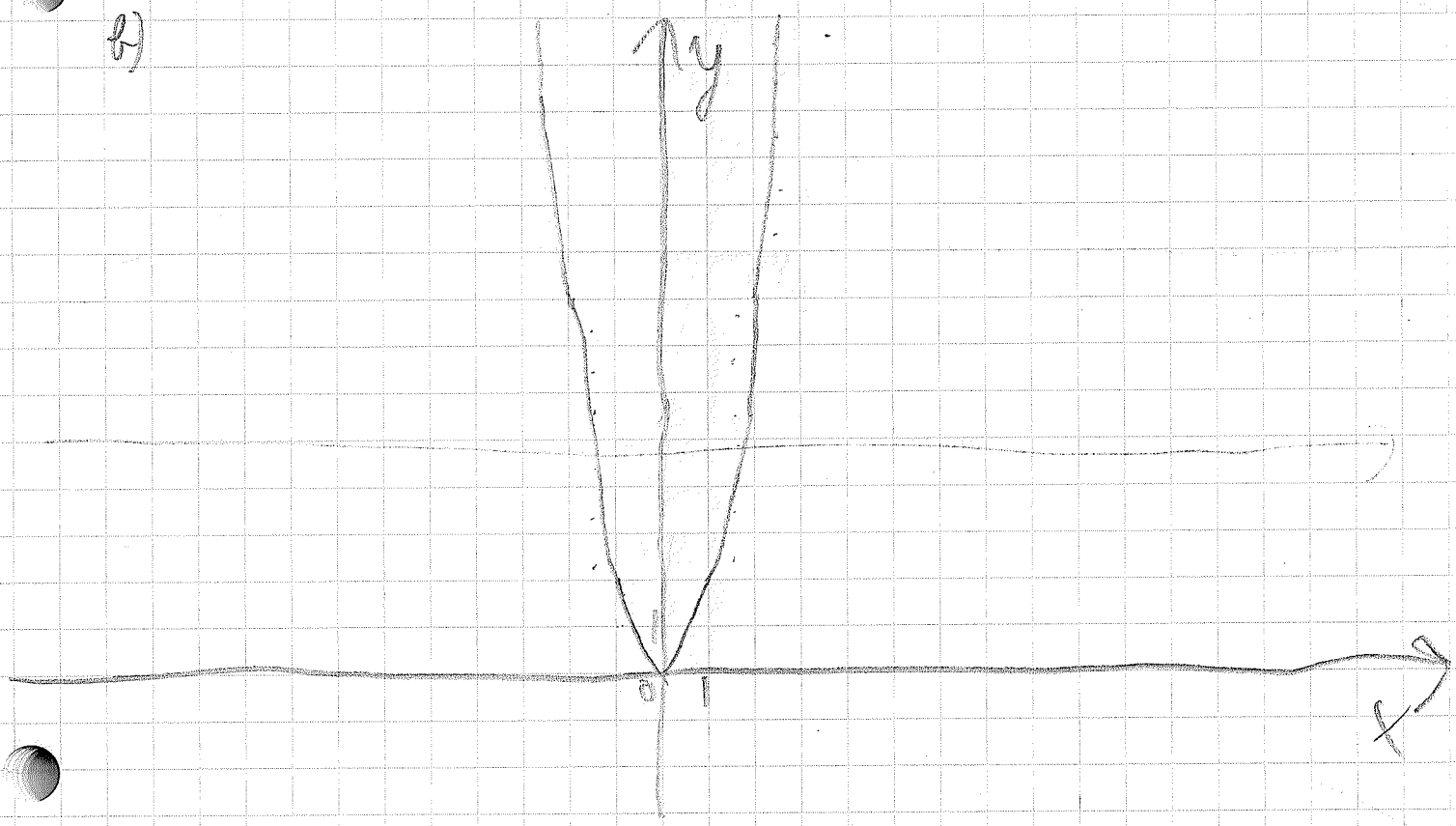
1 b. old. 2.

a)



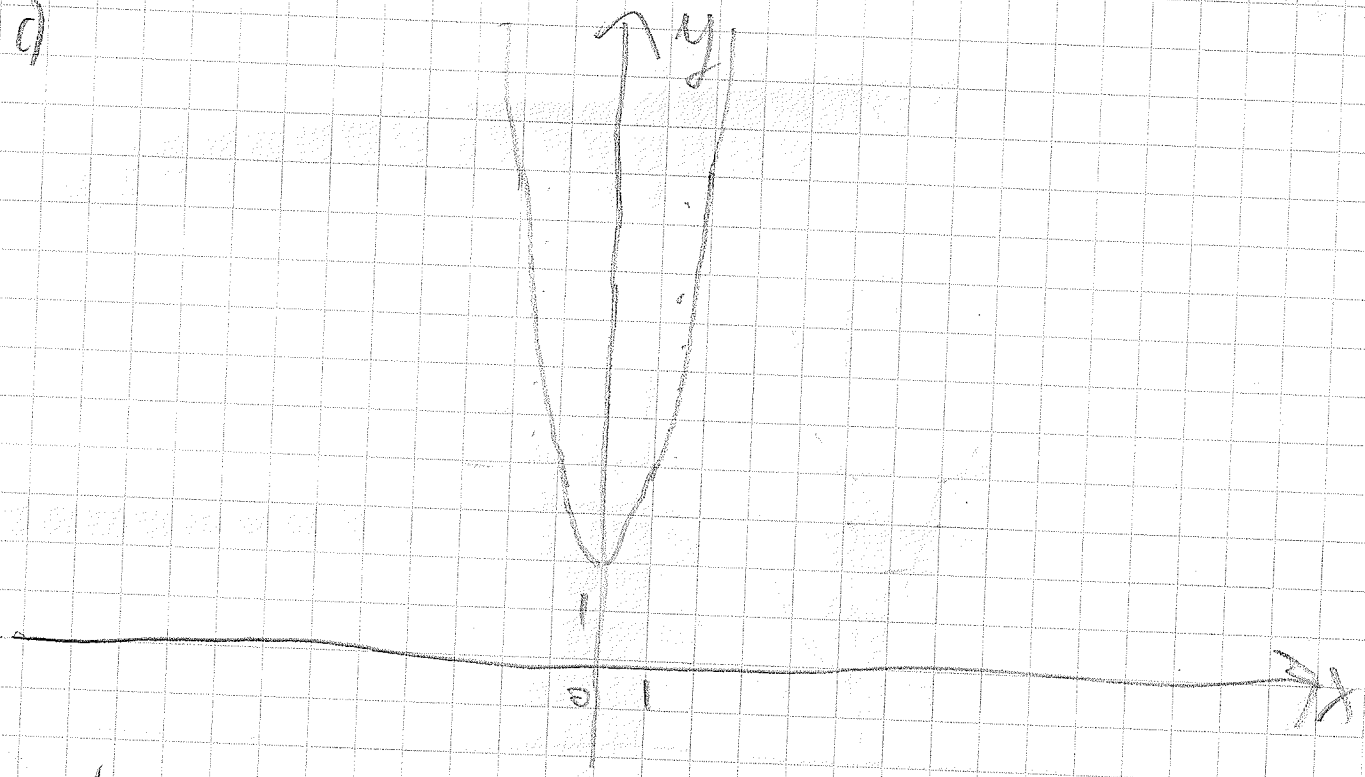

ÉK = $\{y \in \mathbb{R} \mid y \geq 2\}$

b)



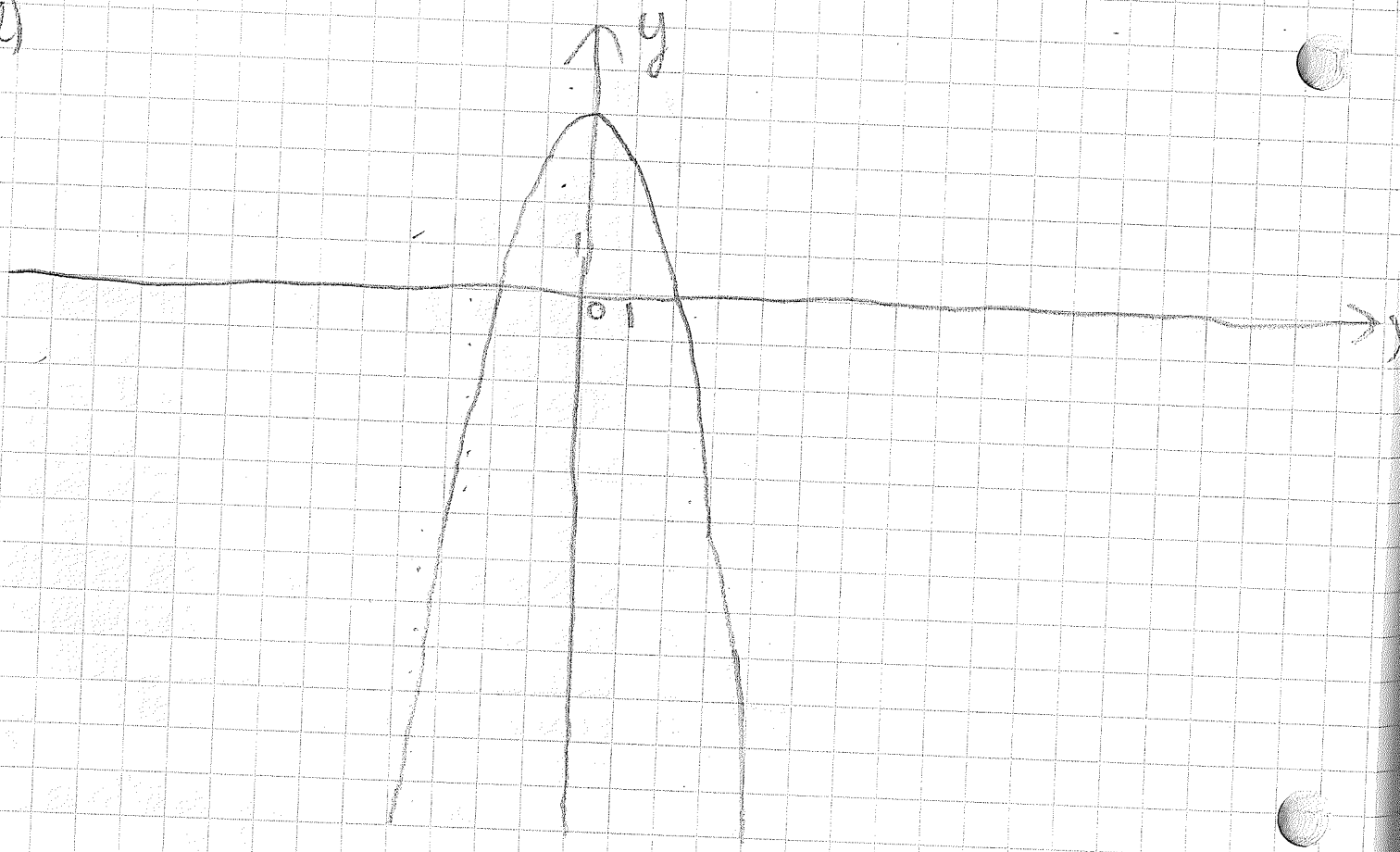

ÉK = $\{y \in \mathbb{R} \mid y \geq 0\}$

c)



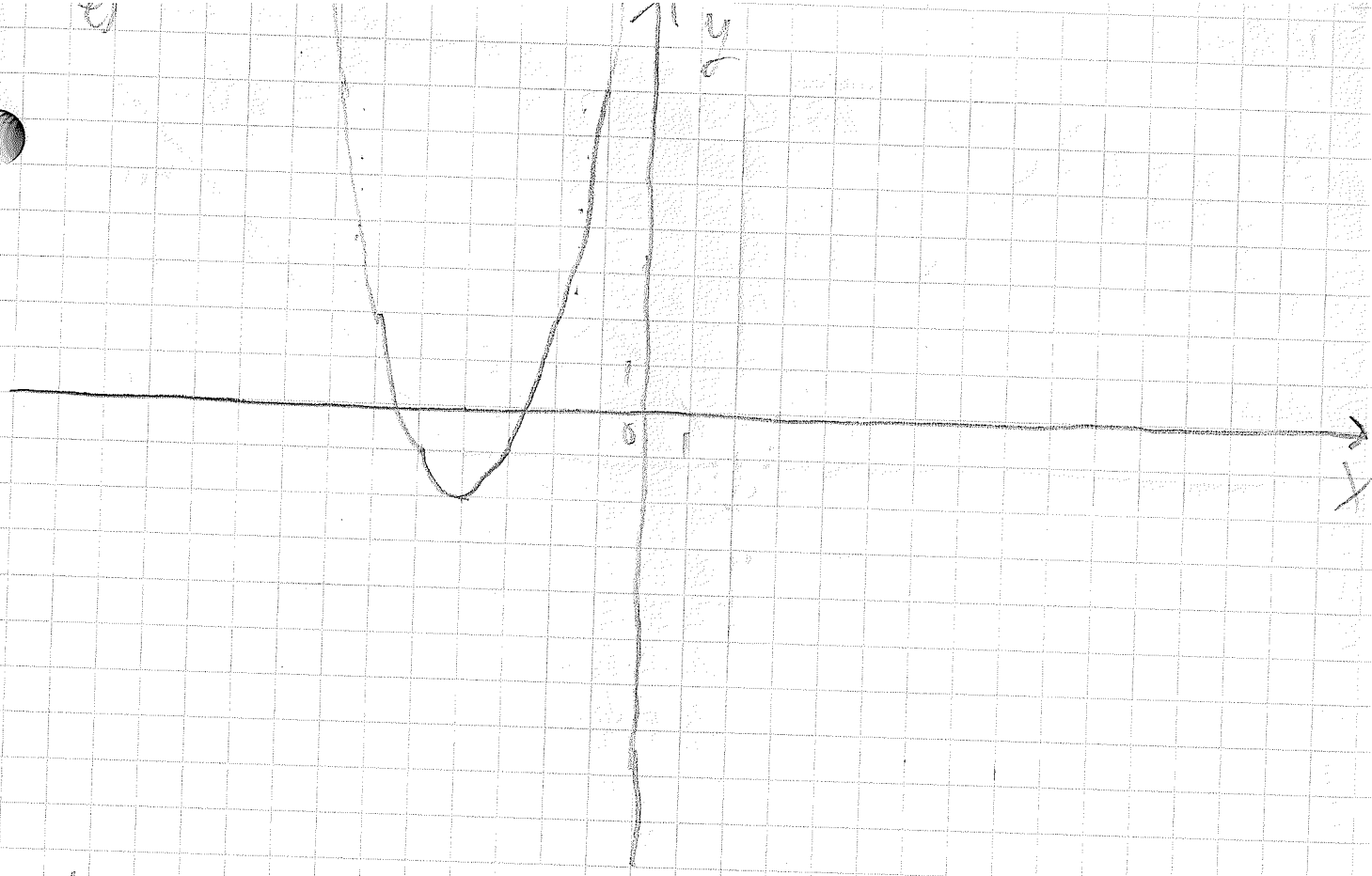

$EK := \{y \in \mathbb{R} \mid y \geq 2\}$

d)




$EK := \{y \in \mathbb{R} \mid y \leq 3\}$

e)



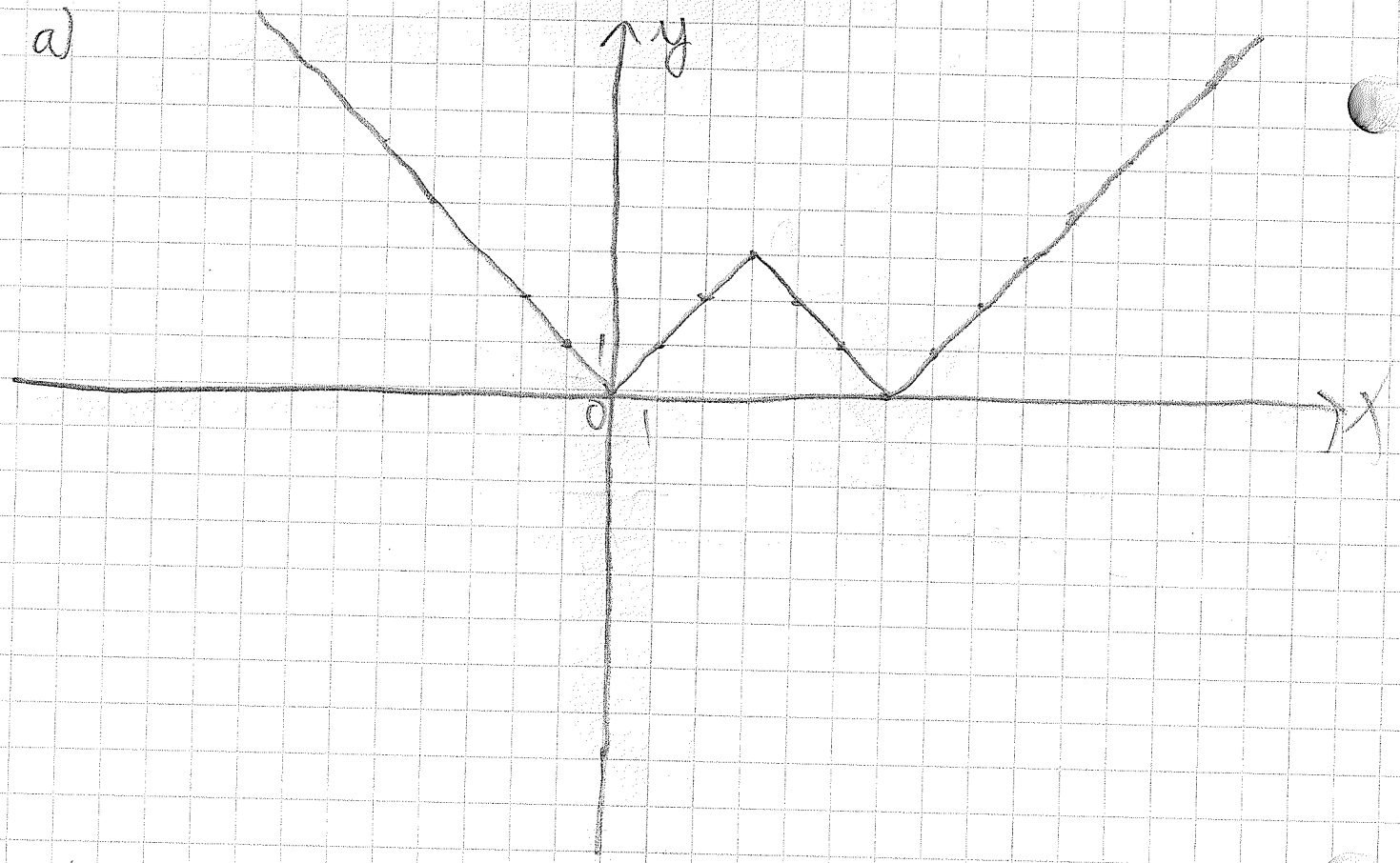

$E'K := \{y \in \mathbb{R} \mid y \geq -2\}$

f)

$E'K := \{y \in \mathbb{R} \mid y \leq 4\}$

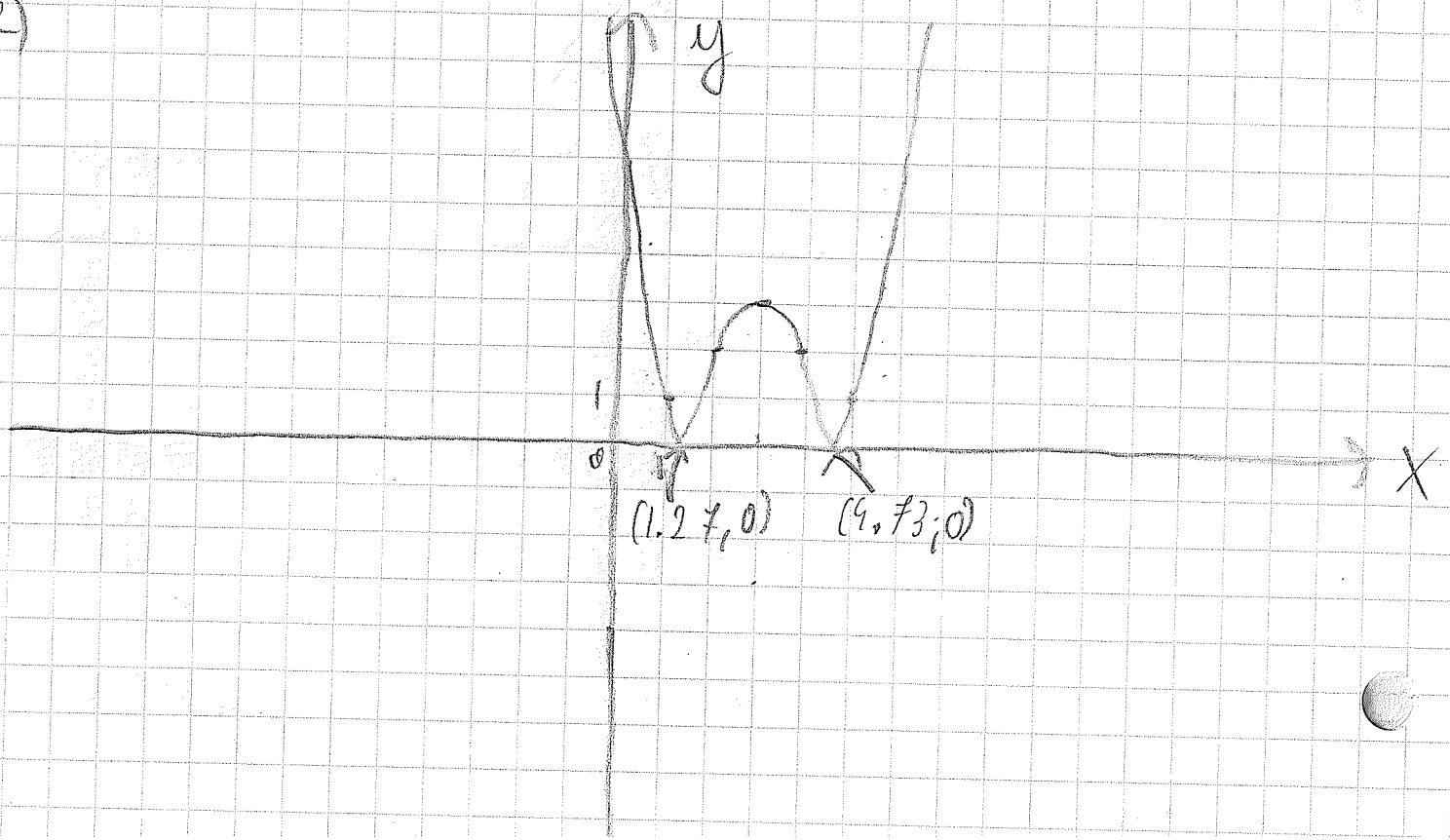
18. old. 3.

a)




É K = {y ∈ ℝ | y ≥ 0}

b)



$0 = |(x-3)^2 - 3|$

$0 = (x-3)^2 - 3$

$3 = (x-3)^2$

$0 = ax^2 + bx + c$

$0 = x^2 - 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2 - 3$

$0 = x^2 - 6x + 6$

$a = 1$

$b = -6$

$c = 6$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

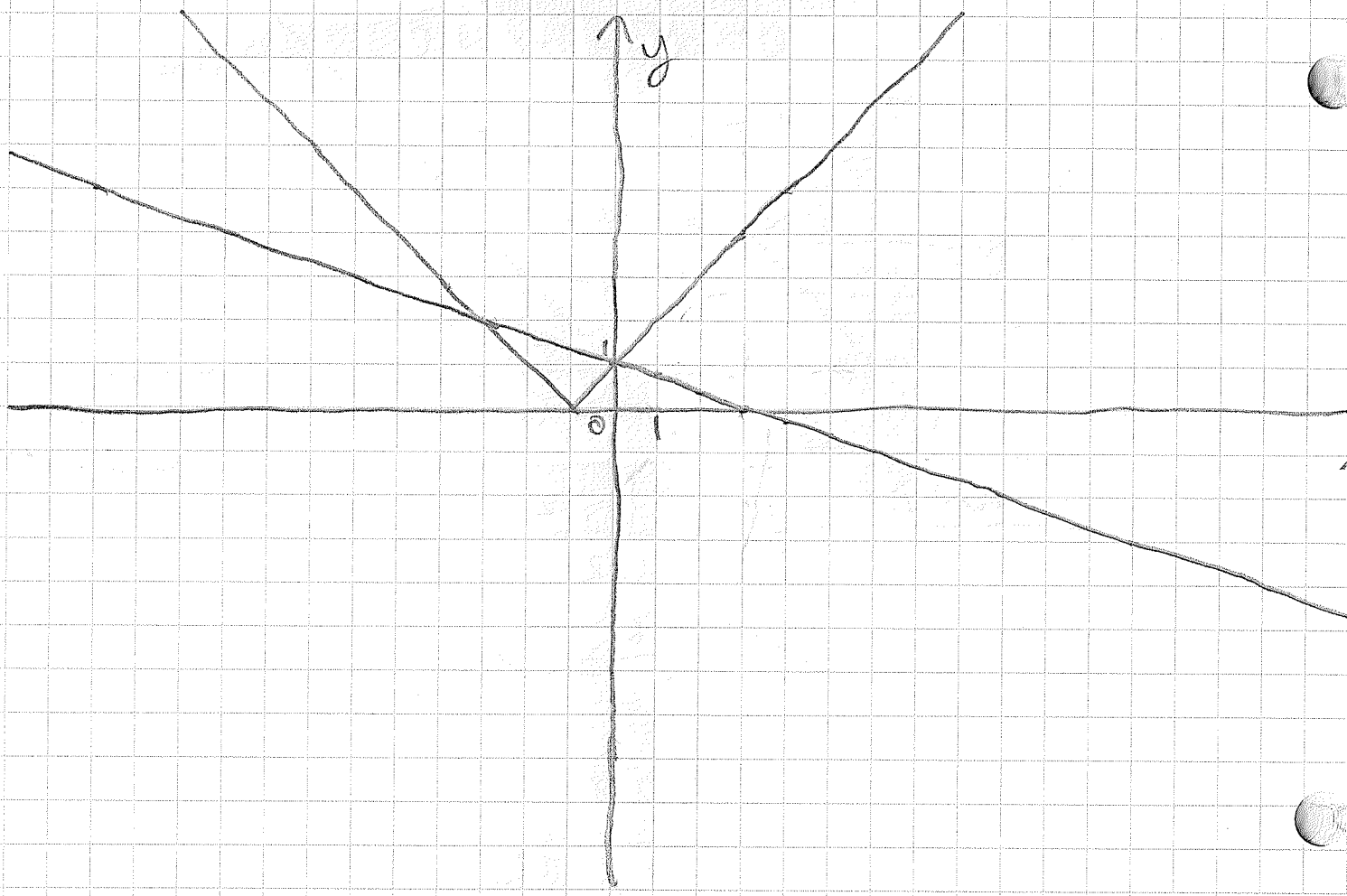
$$x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 24}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{12}}{2} =$$

$$= \frac{6 \pm 3.46}{2} = \begin{cases} \frac{9.46}{2} = 4.73 \\ 1.27 \end{cases}$$

$$\boxed{\begin{aligned} x &= 4.73 \\ x &= 1.27 \end{aligned}}$$

$K := \{y \in \mathbb{R} \mid y \geq 0\}$

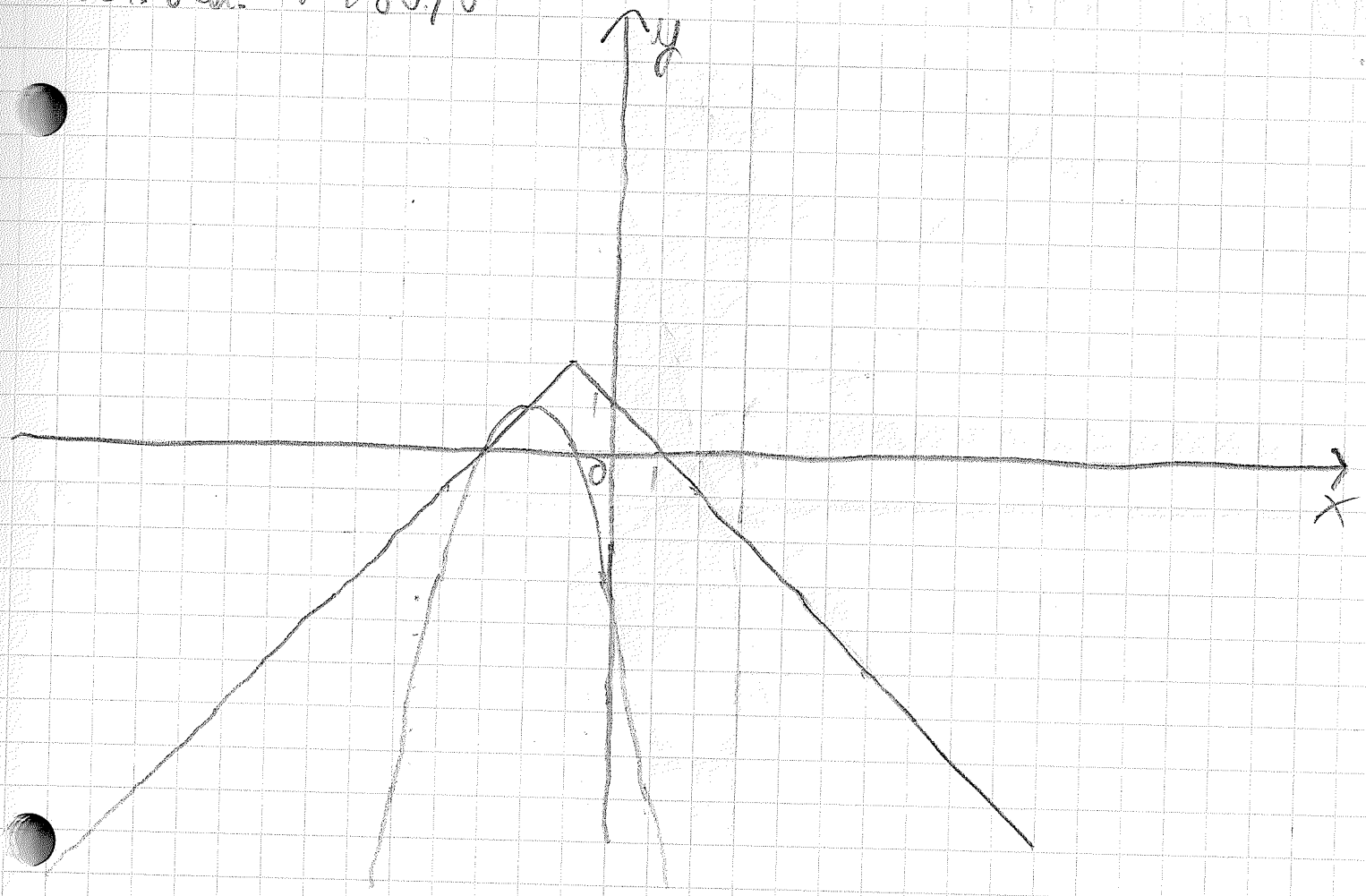
21. old. 1479/c




1. $x=0$ $y=1$

2. $x=-3$ $y=2$

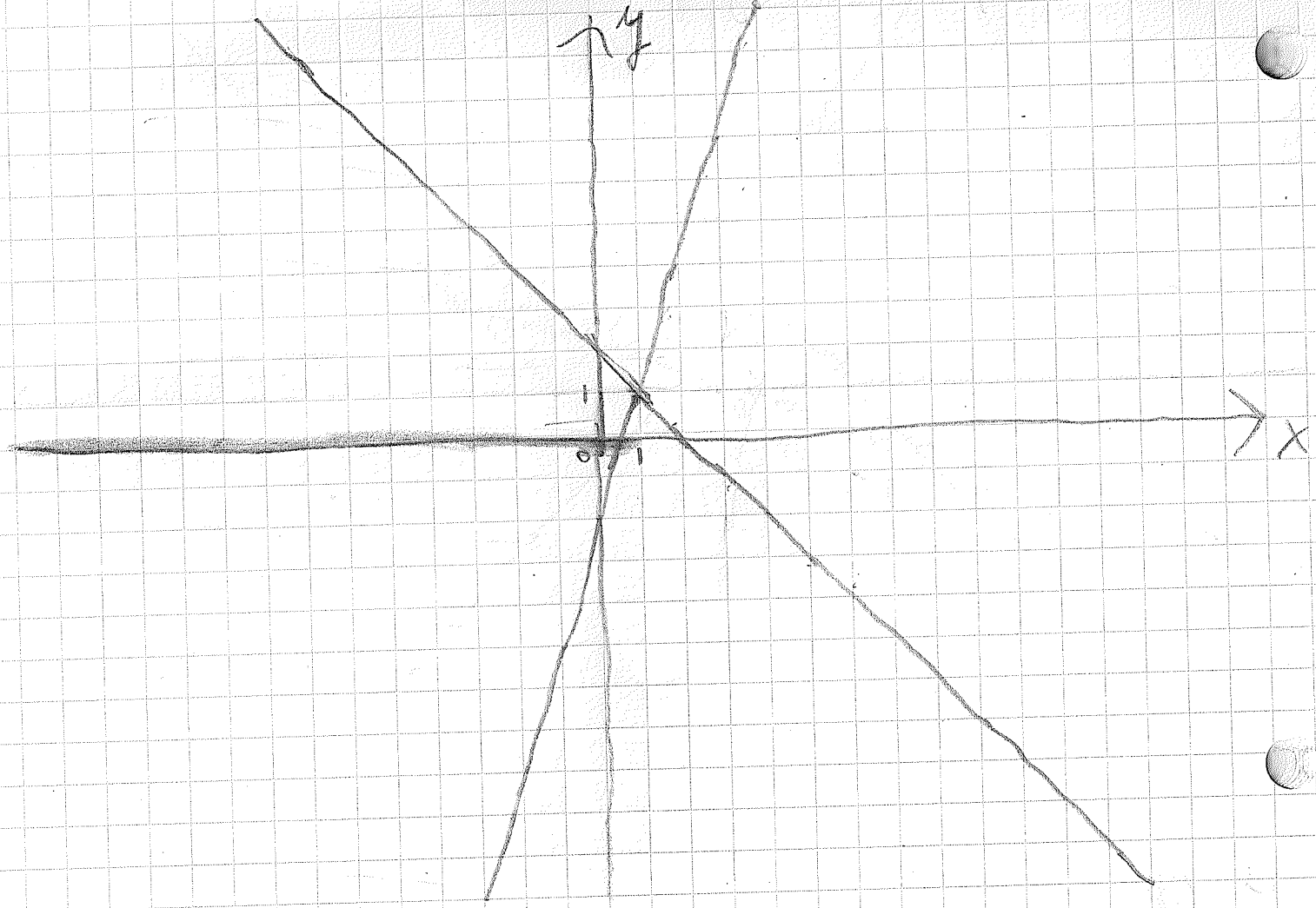
21. old. 1480/6




1. $x = -2$ $y = 1$

2. $x = -3$ $y = 0$

2. f. old. 1497/a




$x \leq 1$

Ellenőrzés:

$3x - 2 \leq -x + 2$

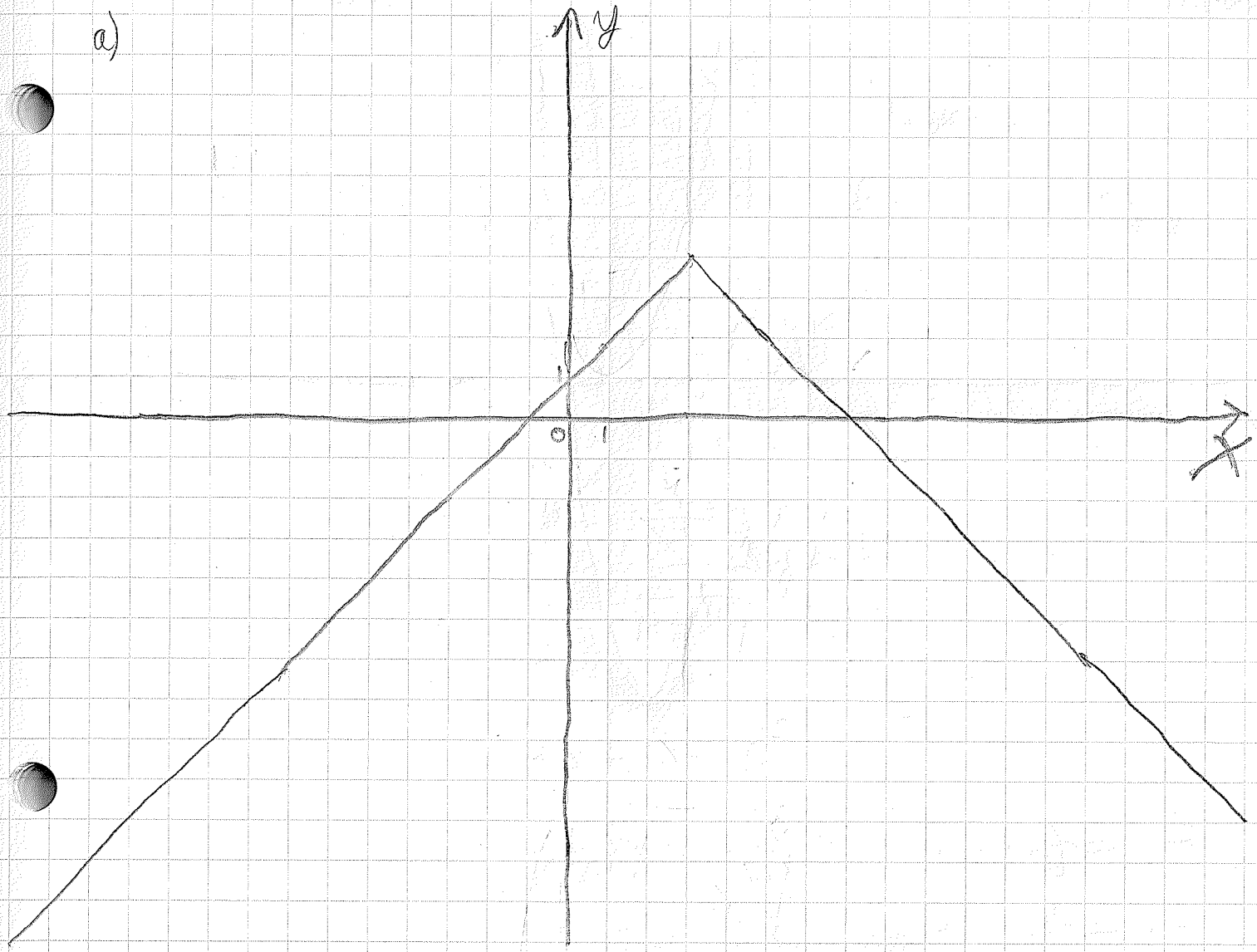
$4x - 2 \leq 2$

$4x \leq 4$

$x \leq 1$

20. gyak. 2.

a)




ÉT $:= \{x \in \mathbb{R} \mid -\infty < x < \infty\}$

ÉK $:= \{y \in \mathbb{R} \mid y \leq 4\}$

zérushelye: $0 = -|x-3|+4$ $\qquad$ $0 = x-3+4$

$0 = -(x-3)+4$ $\qquad$ $0 = x+1$

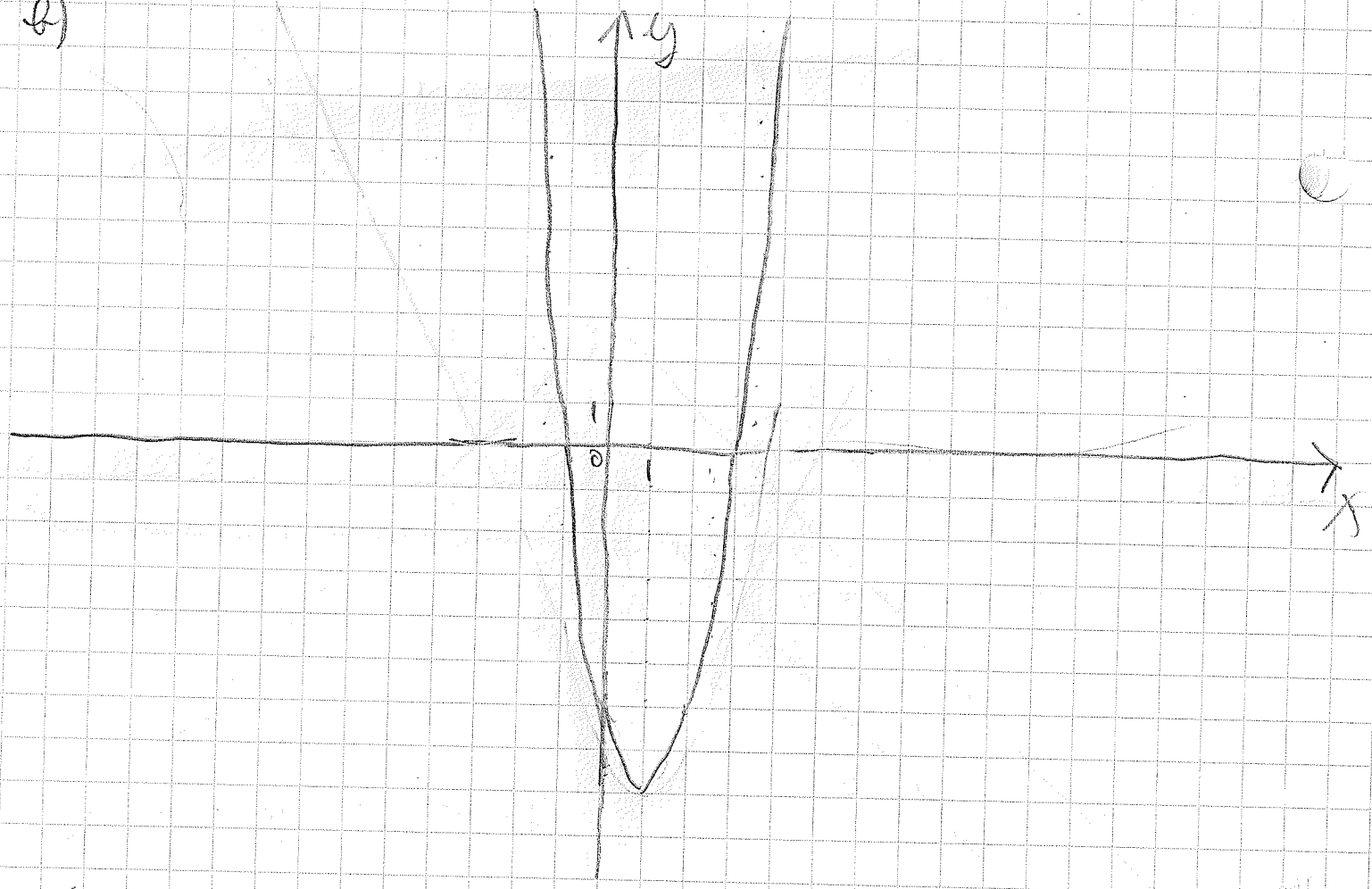
$0 = -x+3+4$ $\qquad$ $-x = 1$

$\underline{x = 7}$ és $\underline{x = -1}$

menete: szigorúan monoton nő ha $x > 3$ és szigorúan monoton csökken ha $x < 3$

szélsőértéke: maximum$(3; 4)$

b)




ÉT = $\{x \in \mathbb{R} \mid -\infty < x < \infty\}$

ÉK = $\{y \in \mathbb{R} \mid y \geq -8\}$

zérushely: $0 = 2(x-1)^2 - 8$

$0 = (x-1)^2 - 4$

$4 = (x-1)^2$

$\sqrt{4} = x - 1$

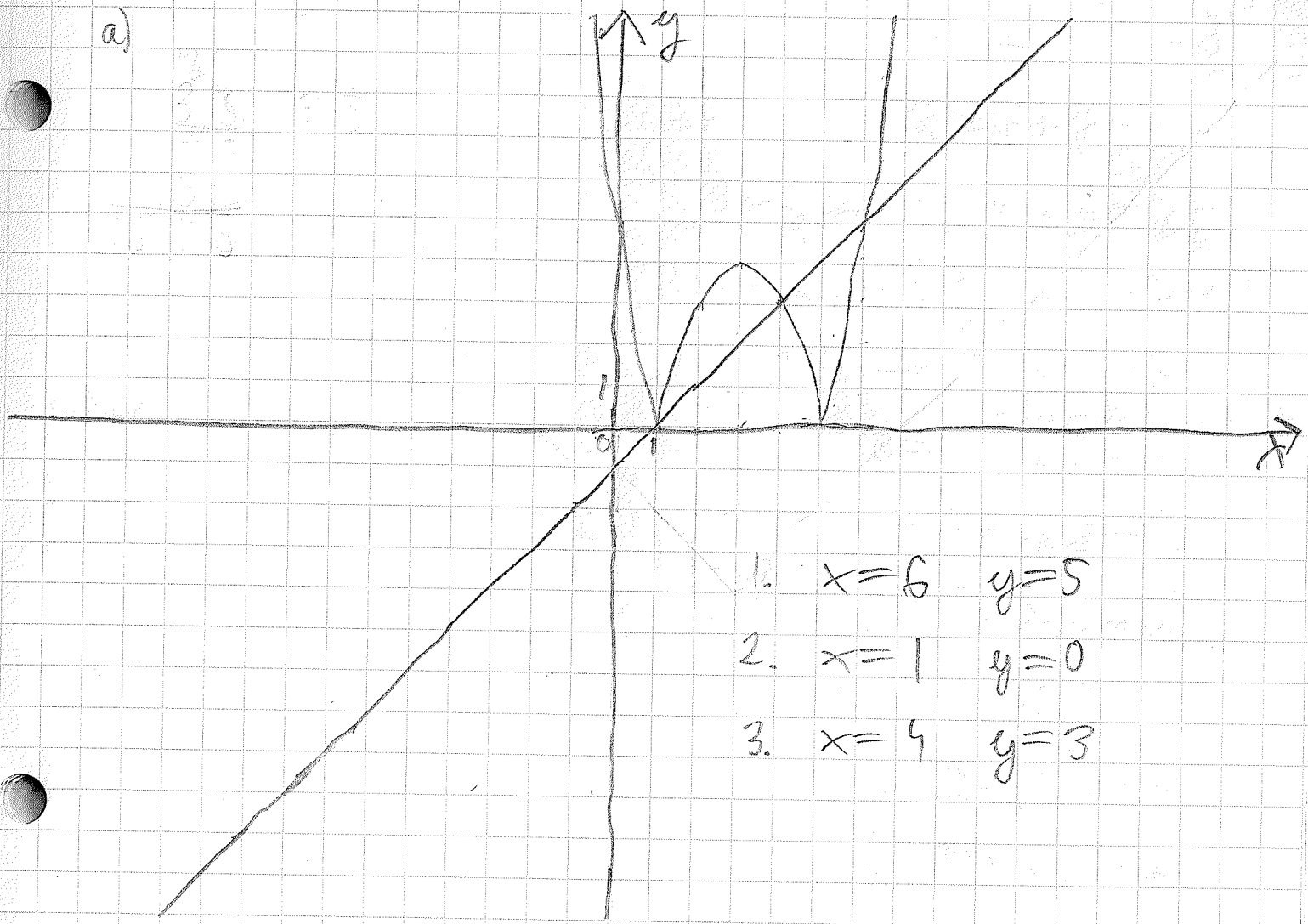
1. $2 = x - 1$ 2. $-2 = x - 1$

$3 = x$ és $-1 = x$

monoton: szigorúan monoton nő ha $x > -1$ és szigorúan monoton csökken ha $x < -1$

szélsőértéke: minimum $(1; -8)$

a)




1. $x=6$ $y=5$
2. $x=1$ $y=0$
3. $x=4$ $y=3$

$|(x-3)^2-4|=x-1$

$(x-3)^2-4=x-1$

$(x-3)^2=x+3$

$x^2-6x+9=x+3$

$x^2-7x+9=3$

$x^2-7x+6=0$

$(x-3.5)^2-12.25+6=0$

$(x-3.5)^2=6.25$

$x-3.5=\sqrt{6.25}$

$x-3.5=2.5$

1. $x=6$ $y=5$

$x-3.5=-2.5$

2 $x=1$ $y=0$

$|(x-3)^2-4| = x-1$

$-(x-3)^2+4 = x-1$

$-(x^2-6x+9)+4 = x-1$

$-x^2+6x-9+4 = x-1$

$-x^2+5x-5 = -1$

$-x^2+5x-4 = 0$

$x^2-5x+4 = 0$

$(x-2.5)^2-6.25+4 = 0$

$(x-2.5)^2-2.25 = 0$

$(x-2.5)^2 = 2.25$

$x-2.5 = \sqrt{2.25}$

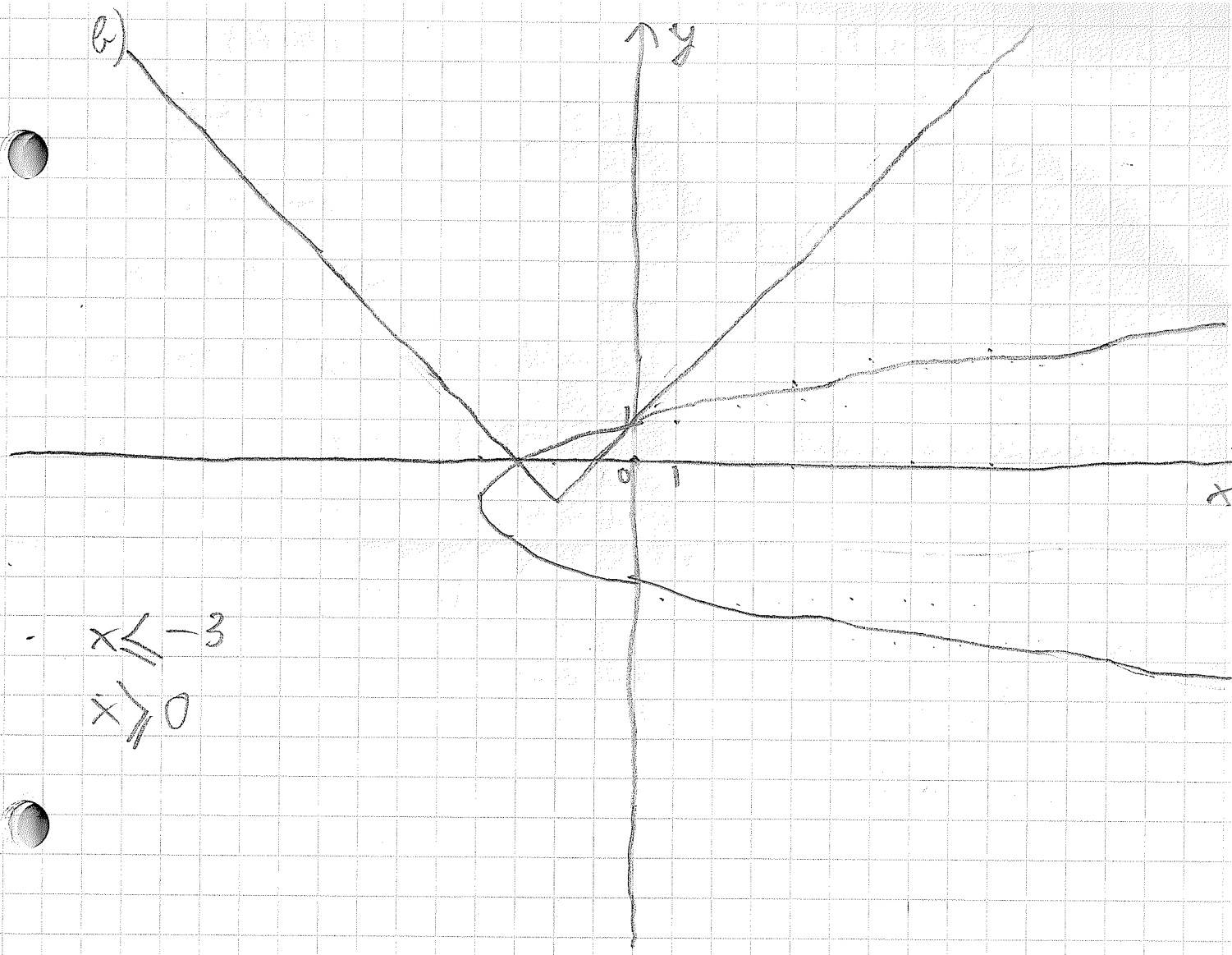
$x-2.5 = 1.5$

3. $x=4 \quad y=3$

$x-2.5 = -1.5$

2. $x=1 \quad y=0$

b)




$x \leq -3$

$x \geq 0$

$|x+2| - 1 \geq \sqrt{x+4} - 1$

$x + 2 - 1 \geq \sqrt{x+4} - 1$

$x + 2 \geq \sqrt{x+4}$

$(x+2)^2 \geq x+4$

$x^2 + 4x + 4 \geq x + 4$

$x^2 + 3x + 4 \geq 4$

$x^2 + 3x \geq 0$

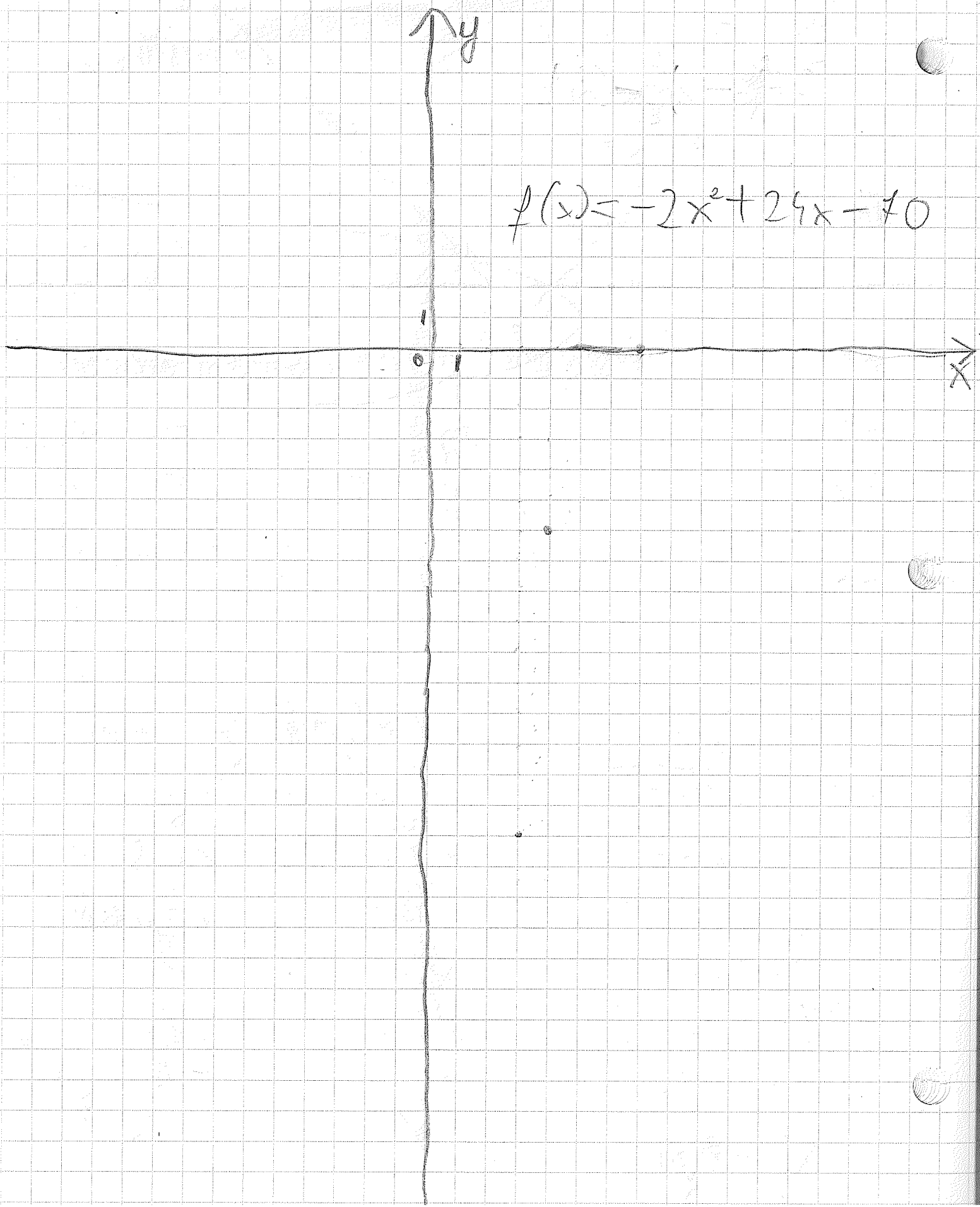
$x(x+3) \geq 0$

$x(x+3) \geq 0$

$x \geq 0$ es $x + 3 \geq 0$ $\downarrow$ $x \geq 0$ es $x \geq -3$ $\downarrow$ 1. $x \geq 0$

$x \leq 0$ es $x + 3 \leq 0$ $\downarrow$ $x \leq 0$ es $x \leq -3$ $\downarrow$ 2. $x \leq -3$

25. old. Szorgalmi 1.



$a7^2+b7+c=0$

$a4^2+b4+c=-6$

$a3^2+b3+c=-16$

$c=-a7^2-b7$

$a4^2+b4-a7^2-b7=-6$

$a3^2+b3-a7^2-b7=-16$

$a16-a49-b3=-6$

$-33a-3b=-6$

$a9+b3-a49-b7=-16$

$-40a-4b=-16$

$-4b=-16+40a$

$-3b=-12+30a$

$-33a-12+30a=-6$

$-3a-12=-6$

$-3a=6$

$a=-2$

$-3b=-12+30\cdot(-2)$

$-3b=-72$

$b=24$

$c=-(-2)7^2-24\cdot 7$

$c=98-168$

$c=-70$

25. old. 2.

$|x-2|+|x+4|=6$

$x-2+x+4=6$

$2x+2=6$ $\qquad x \geq 2$

$2x=4$ $\rightarrow$ $x=2$ benne van a tartományban

1. $x=2$ -nál veszi fel a 6 függvényértéket

$-x+2+x+4=6$

$2+4=6$ $\qquad 2 \geq x \geq -4$

$6=6$

2. $2 \geq x \geq -4$ -nél veszi fel a 6 függvényértéket

$x-2-x-4=6$ $\qquad \left.\begin{array}{l} x \geq 2 \\ \text{és} \\ x \leq -4 \end{array}\right\}$ nem igaz!

$-6=6$ ↯

$-x+2-x-4=6$

$-2x-2=6$ $\qquad x \leq -4$

$-2x=8$

$x=-4$ -nél veszi fel a 6 függvényértéket

$\Rightarrow$ a 6 függvényértéket $2 \geq x \geq -4$ -nél veszi fel a 6 függvényértéket

$|x-2|+|x+4|=f(x)$

$x-2 \geq 0$

$x+4 \geq 0$

$f(x)=x-2+x+4=2x+2$

$x \geq 2$ és $x \geq -4$

---

$x-2 \leq 0$

$x+4 \geq 0$

$f(x)=-(x-2)+(x+4)=$
$-x+2+x+4=$
$6$

$x \leq 2$ és $x \geq -4$

$2 \geq x \geq -4$

---

$x-2 \leq 0$

$x+4 \leq 0$

$f(x)=-x+2-x-4=$
$-2x-2$

$x \leq 2$

$x \leq -4$

---

$x-2 \geq 0$

$x+4 \leq 0$

$f(x)=x-2-x-4=$
$-6$

$x \geq 2$
$x \leq -4$ } ossem igen?

Témazáró dolgozat

1. $x+y=50$ $\quad$ $x$ = apa életkora most

$\frac{x+5}{3}=y+5$ $\quad$ $y$ = fia életkora most

$\frac{x+5}{3}-5=y$

$x+\frac{x+5}{3}-5=50$

$3x+x+5-15=150$

$4x-10=150$

$4x=160$

$x=40$

$40+y=50$

$\Rightarrow y=10$

$z$ = év múlva

$\frac{z+40}{2}=10+z$

$z+40=20+2z$

$40=20+z$

$20=z$

20 év múlva lesz a fiú kétszeres idős

2. $x$ = liter a 60%-oldat

$y$ = liter a 85%-oldat

$x + y = 18$

$$\frac{0.6x + 0.85y}{x+y} = 0.7$$

$y = 18 - x$

$0.85y = 15.3 - 0.85x$

$$\frac{0.6x + 15.3 - 0.85x}{18} = 0.7$$

$$\frac{-0.25x + 15.3}{18} = 0.7$$

$-0.25x + 15.3 = 12.6$

$-0.25x = -2.7$

$x = 10.8$

$10.8 + y = 18$

$\Rightarrow y = 7.2$

10.8 liter vettünk a 60%-oldat és 7.2 liter vettünk a 85%-oldat